

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ



Δικαιουλάκος Βασίλειος

Σημειώσεις Φυσικής Α΄ Λυκείου

ΤΕΥΧΟΣ Α΄

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Εισαγωγικό ένθετο

1. Πολλαπλάσια και υποπολλαπλάσια μονάδων.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα γνωστά προθέματα που χρησιμοποιούνται για να δηλώσουν τα πολλαπλάσια και τα υποπολλαπλάσια των μονάδων.

Υποπολλαπλάσια		Πολλαπλάσια	
deci-(d)	10^{-1}	deka-(da)	10^1
centi-(c)	10^{-2}	hecto-(h)	10^2
milli-(m)	10^{-3}	kilo-(k)	10^3
micro-(μ)	10^{-6}	Mega-(M)	10^6
nano-(n)	10^{-9}	Giga-(G)	10^9
pico-(p)	10^{-12}	Tera-(T)	10^{12}

Αν για παράδειγμα μετράτε το μήκος της πλευράς του τραπεζιού και βρείτε ότι είναι $L=1\text{m}$, μπορείτε να πείτε επίσης ότι ισοδυναμεί με:

$$1\text{m} = 10^2\text{cm} = 10^3\text{mm} = 10^6\mu\text{m} = 10^{-1}\text{dam} = 10^{-3}\text{km} = 10^{-6}\text{Mm}.$$

2. Φυσικά μεγέθη και μονάδες.

Για την καλύτερη κατανόηση των φυσικών φαινομένων, θα πρέπει να δημιουργήσουμε κάποιες βασικές "έννοιες" όπως χώρος, χρόνος, κίνηση. Οι έννοιες αυτές καθορίζουν ποσοτικά και ποιοτικά τα φαινόμενα που συμβαίνουν γύρω μας. Για παράδειγμα, ο μόνος τρόπος για τη μελέτη του πόσο γρήγορα κινείται κάτι γύρω μας είναι να γνωρίζουμε την απόσταση που διανύει το κινητό (έννοια χώρος) και τον χρόνο (έννοια χρόνος) που χρειάζεται για να διατρέξει την απόσταση αυτή.

Οι έννοιες **χώρος, χρόνος, μάζα, θερμοκρασία** είναι χρήσιμες για τον προσδιορισμό των φυσικών φαινομένων. Οι έννοιες αυτές ονομάζονται **φυσικά μεγέθη**

Φυσικά μεγέθη είναι έννοιες που χρησιμοποιούνται για τον ποσοτικό ή ποιοτικό προσδιορισμό ενός φυσικού φαινομένου. Τα φυσικά μεγέθη διαχωρίζονται σε "θεμελιώδη" και "παράγωγα".

Θεμελιώδη μεγέθη είναι οι πιό απλές πρωταρχικές έννοιες όπως μήκος, μάζα, χρόνος..."

Παράγωγα μεγέθη είναι έννοιες που συντίθενται από πρωταρχικές έννοιες, όπως ταχύτητα, επιτάχυνση..."

Κάθε φυσικό μέγεθος που χαρακτηρίζει μια μετρήσιμη ποσότητα, αποτελείται από την "αριθμητική τιμή" και την "μονάδα μέτρησης".

3. Συστήματα μονάδων.

Ένα σύστημα μονάδων περιέχει ένα σύνολο θεμελιωδών μονάδων που επιλέγονται αυθαίρετα. Από τις θεμελιώδεις αυτές μονάδες, κατασκευάζονται οι παράγωγες μονάδες οι οποίες και αυτές ανήκουν στο σύστημα μονάδων.

Σύστημα μονάδων είναι ένα σύνολο μονάδων όλων των φυσικών μεγεθών όπου οι θεμελιώδεις μονάδες επιλέγονται αυθαίρετα".

Το σύστημα μονάδων που επικρατεί σήμερα είναι το **SI (System International)**. Σε αυτό θα δώσουμε ιδιαίτερη προσοχή, γιατί χρησιμοποιείται σε όλα τα κράτη και είναι το περισσότερο διαδεδομένο σύστημα.

ΣΥΣΤΗΜΑ S.I. (System International)

Θεμελιώδες μέγεθος	Μονάδα
Μήκος	μέτρο (m)
Μάζα	κιλό (Kg)
Χρόνος	Σεκόντ (s)
Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	Ampere (A)
Θερμοκρασία	Kelvin (K)
Ένταση φωτεινής πηγής	Καντέλα (Cd)
Χημική ποσότητα	μόλ (mol)

4. Μονόμετρα και διανυσματικά μεγέθη.

Ονομάζουμε **μονόμετρα** μεγέθη αυτά που προσδιορίζονται από το μέτρο τους.

Παραδείγματα: μάζα m , χρόνος t , θερμοκρασία θ , ενέργεια E , ισχύς P και άλλα.

Ονομάζουμε **διανυσματικά** μεγέθη αυτά που προσδιορίζονται από το μέτρο τους, την διεύθυνσή τους και τη φορά τους.

Παραδείγματα: μετατόπιση Δx , ταχύτητα v , επιτάχυνση a , δύναμη F και άλλα.

5. Εξισώσεις διαστάσεων και διαστάσεις φυσικών μεγεθών.

Αν θεωρήσουμε κάποια σύμβολα για τα θεμελιώδη μεγέθη, τότε μπορούμε χρησιμοποιώντας τα σύμβολα αυτά να εξάγουμε με μαθηματικές σχέσεις νέες εξισώσεις για τα παράγωγα μεγέθη. Οι εξισώσεις αυτές είναι οι "**εξισώσεις διάστασης**" των μεγεθών αυτών.

Τα σύμβολα που χρησιμοποιούμε για τα βασικά θεμελιώδη μεγέθη είναι:

Μήκος - L (Logitudo) Μάζα - M (Massa) Χρόνος - T (Tempus)

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να δημιουργήσουμε το παράγωγο μέγεθος ταχύτητα. Ορίζουμε την ταχύτητα σαν το πηλίκο της μετατόπισης προς τον χρόνο, δηλαδή:

$$v = x(\text{μετατόπιση}) / t(\text{χρόνος})$$

Η εξίσωση διάστασης του παράγωγου μέγεθους "ταχύτητα" είναι:

$$v = x[L]/[T] \quad \text{ή} \quad v = [L^1 T^{-1}] \quad \text{ή} \quad v = [L^1 M^0 T^{-1}] , \quad \text{Εξίσωση διάστασης "ταχύτητας"}$$

Οι "διαστάσεις" της εξίσωσης διάστασης χαρακτηρίζονται από τους εκθέτες της εξίσωσης διάστασης. Για παράδειγμα, οι διαστάσεις του μεγέθους "ταχύτητα" είναι:

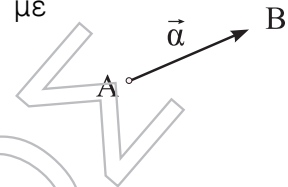
$[u] = (1,0,-1)$, διαστάσεις του μεγέθους "ταχύτητα".

Η σημασία της εξίσωσης διάστασης είναι μεγάλη. Μπορούμε με την εξίσωση διάστασης να επαληθεύσουμε την ισχύ μιας μαθηματικής σχέσης. Γνωρίζουμε ότι σε μια μαθηματική σχέση, όλοι οι όροι πρέπει να είναι ομοειδείς. Αυτό σημαίνει ότι οι διαστάσεις σε κάθε όρο θα πρέπει να συμπίπτουν.

6. Διανύσματα - πρόσθεση διανυσμάτων.

Ένα διάνυσμα συμβολίζεται με ένα βέλος όπως στο σχήμα και με χαρακτηριστικά τα εξής:

- μέτρο (μήκος του διανύσματος \vec{a})
- διεύθυνση ή φορέας (η ευθεία που ορίζεται από τα **A** και **B**)
- φορά (από το **A** προς το **B**).



Προσοχή!! Ο συμβολισμός \vec{a} δεν είναι ίδιος με το συμβολισμό a . Με τον συμβολισμό a εννοούμε το μέτρο του διανύσματος \vec{a} .

Υπάρχουν διανύσματα που μπορούν να μεταφέρονται παράλληλα στην διεύθυνσή τους. Αυτά ονομάζονται **μεταθετά**. Υπάρχουν διανύσματα που δεν επιτρέπεται η παράλληλη μεταφορά τους και ονομάζονται **εφαρμοστά**. Τα διανύσματα που μπορεί να μετατοπίζονται (ολισθαίνουν) πάνω στον φορέα τους ονομάζονται **ολισθαίνοντα**.

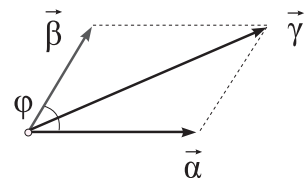
Τα διανύσματα με την ίδια διεύθυνση, ονομάζονται **ομόρροπα** όταν έχουν την ίδια φορά και **αντίρροπα** όταν έχουν αντίθετη φορά.

Τα διανύσματα με ίδιο μέτρο, ίδια διεύθυνση και αντίθετη φορά ονομάζονται **αντίθετα**.

Όταν τα διανύσματα τοποθετούνται έτσι ώστε το τέλος του πρώτου να συμπίπτει με την αρχή του δεύτερου κ.ο.κ, ονομάζονται **διαδοχικά**.

Πρόσθεση διανυσμάτων.

Τα διανύσματα προστίθενται με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου. Το άθροισμα των διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$ είναι το διάνυσμα $\vec{\gamma}$.



Το μέτρο του διανύσματος εξαρτάται από τη γωνία ϕ .

7. Μεταβολή μεγέθους - ρυθμός μεταβολής μεγέθους.

Ονομάζουμε **μεταβολή** ενός φυσικού μεγέθους τη διαφορά της αρχικής τιμής από την τελική τιμή του μεγέθους αυτού. Δηλαδή

$$\Delta x = x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}}$$

Γνωστά παραδείγματα μεταβολής μεγεθών είναι:

$$\Delta t = \text{μεταβολή χρόνου} , \Delta x = \text{μετατόπιση} , \Delta v = \text{μεταβολή ταχύτητας.}$$

Ονομάζουμε **ρυθμό μεταβολής** ενός μεγέθους, το πηλίκο της μεταβολής του μεγέθους προς το χρονικό διάστημα που εκτελέστηκε η μεταβολή αυτή.

Γνωστά παραδείγματα μεταβολής μεγεθών είναι:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{ρυθμός μεταβολής θέσης} = \text{ταχύτητα}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{ρυθμός μεταβολής ταχύτητας} = \text{επιτάχυνση}$$

8. Ποσοστό μεταβολής ενός μεγέθους.

Ονομάζουμε ποσοστό μεταβολής ενός μεγέθους το πηλίκο της μεταβολής του μεγέθους προς την αρχική τιμή του μεγέθους αυτού. Αν ζητάμε το επί τοις εκατό ποσοστό, τότε θα πολλαπλασιάζουμε το ποσοστό με το νούμερο 100.

$$\Pi(\%) = \frac{X_{\text{τελ}} - X_{\text{αρχ}}}{X_{\text{αρχ}}} 100\%$$

Αν για παράδειγμα, η θερμοκρασία το απόγευμα είναι $\theta_1 = 25^\circ\text{C}$ και το βράδυ είναι $\theta_2 = 20^\circ\text{C}$, το ποσοστό μεταβολής της θερμοκρασίας από το απόγευμα μέχρι το βράδυ θα είναι:

$$\Pi(\%) = \frac{20^\circ - 25^\circ}{25^\circ} 100\% = -20\%$$

Το πρόσημο (-) δηλώνει ότι η θερμοκρασία μειώθηκε.

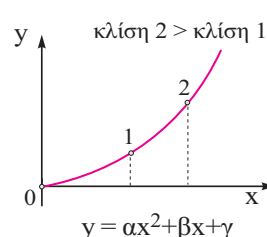
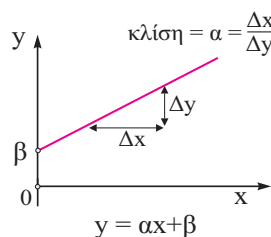
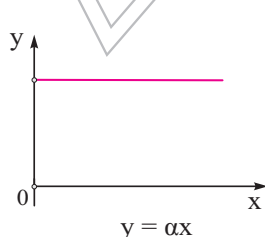
9. Γραφικές παραστάσεις

Μια συνάρτηση δύο φυσικών μεγεθών y και x μπορεί παρασταθεί σε ένα σύστημα δύο αξόνων x και y που είναι κάθετοι μεταξύ τους με κοινή αρχή O . Η κλίση της γραφικής παράστασης των δύο μεγεθών x και y ορίζεται από το πηλίκο $\Delta x/\Delta y$.

Θα συναντήσετε τις παρακάτω σχέσεις μεταξύ των φυσικών μεγεθών.

- Σχέση που δηλώνει ότι το μέγεθος είναι σταθερό
 $y = a$ ($a = \text{σταθ.}$).
- Σχέση 1^{ου} βαθμού
 $y = ax + \beta$ ($a, \beta = \text{σταθ.}$).
Η κλίση της γραφικής παράστασης ισούται αριθμητικά με το a .
- Σχέση 2^{ου} βαθμού
 $y = ax^2 + \beta x + \gamma$ ($a, \beta, \gamma = \text{σταθ.}$).
Η κλίση της γραφικής παράστασης δεν είναι σταθερή.

Παρακάτω βλέπετε τις γραφικές παραστάσεις για τις παραπάνω περιπτώσεις.

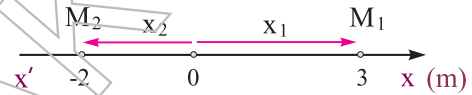


Θέματα θεωρίας

1. Ορισμός θέσης - μετατόπισης.

Θεωρούμε έναν άξονα $x'Ox$ με αρχή των μετρήσεων το σημείο O . Η θέση x ενός κινητού M πάνω σε μια ευθεία προσδιορίζεται από έναν αριθμό που έχει ως απόλυτη τιμή την απόστασή του από το O . Το πρόσημο δηλώνει αν το σημείο βρίσκεται στον θετικό ή τον αρνητικό ημιάξονα.

Το M_1 του σχήματος βρίσκεται στη θέση $x_1 = +3\text{ m}$, δηλαδή απέχει 3 m από το σημείο O και βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα.



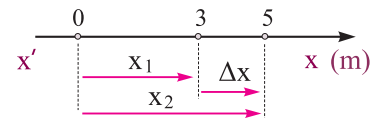
Το M_2 του σχήματος βρίσκεται στη θέση $x_2 = -2\text{ m}$, δηλαδή απέχει 2 m από το σημείο O και βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα.

Η μετατόπιση Δx του κινητού είναι η μεταβολή της θέσης του, δηλαδή:

$$\Delta x = x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}}$$

Το κινητό του σχήματος μετατοπίστηκε από τη θέση $x_1 = 3\text{ m}$ στη θέση $x_2 = 5\text{ m}$. Η μετατόπισή του είναι

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 5 - 3 = 2\text{ m}.$$

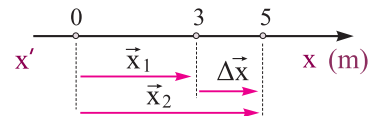


Αν $\Delta x > 0$, το κινητό μετατοπίζεται προς τα δεξιά.

Αν $\Delta x < 0$, το κινητό μετατοπίζεται προς τ' αριστερά.

Σχόλια:

- Η θέση αναφέρεται σε μια χρονική στιγμή ενώ, η μετατόπιση αναφέρεται σε μια χρονική διάρκεια.
- Η θέση και η μετατόπιση είναι διανυσματικά μεγέθη. Το διάνυσμα της θέσης είναι αυτό με αρχή την αρχή των μετρήσεων (σημείο O) και τέλος το σημείο που βρίσκεται το κινητό. Το διάνυσμα της μετατόπισης είναι αυτό με αρχή την αρχική θέση x_1 του κινητού και τέλος την τελική θέση x_2 του κινητού.



Η θέση και η μετατόπιση είναι διανυσματικά μεγέθη.

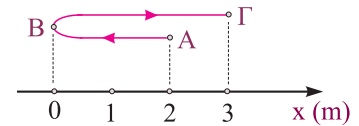
$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_{\text{τελ}} - \vec{x}_{\text{αρχ}}$$

Επειδή αναφερόμαστε σε ευθύγραμμες κινήσεις, επομένως όλα τα διανύσματα έχουν την ίδια διεύθυνση, δε λαμβάνουμε τη διανυσματική μορφή αλλά την αλγεβρική μορφή των μεγεθών.

2. Διάστημα.

Είναι μονόμετρο μέγεθος και ισούται με το μήκος της τροχιάς που διαγράφει το κινητό.

Για το κινητό του σχήματος που διανύει τη διαδρομή $A \rightarrow B \rightarrow \Gamma$ έχουμε:



Η μετατόπιση Δx έχει αλγεβρική τιμή:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 3 - 2 = 1 \text{ m}$$

Το διανυόμενο διάστημα είναι:

$$s = (AB) + (B\Gamma) = 2 + 3 = 5 \text{ m.}$$

Διαφορές μεταξύ μετατόπισης και διαστήματος.

Μετατόπιση (Δx)	Διάστημα (s)
<ol style="list-style-type: none">Διανυσματικό μέγεθοςΕξαρτάται από αρχική και τελική θέση και όχι από τη διαδρομή.Μπορεί να λάβει θετικές ή αρνητικές τιμές.	<ol style="list-style-type: none">Μονόμετρο μέγεθοςΕξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθεί το κινητόΠαίρνει μόνο θετικές τιμές.

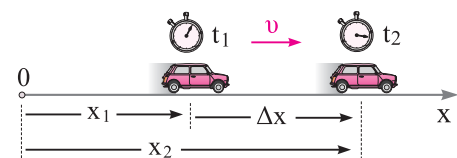
3. Ταχύτητα.

Μέση ταχύτητα: Ορίζουμε μέση ταχύτητα το πηλίκο της μετατόπισης προς το χρόνο που έγινε η μετατόπιση αυτή. Δηλαδή:

$$\bar{v} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{t_2 - t_1}$$

Η μέση ταχύτητα \bar{v} είναι διανυσματικό μέγεθος. Η διεύθυνση και η φορά της είναι αυτή της μετατόπισης $\Delta \bar{x}$. Αν όμως η κίνηση γίνεται σε μια ευθεία, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις αλγεβρικές τιμές των παραπάνω μεγεθών. Για προσανατολισμένο άξονα έχουμε:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$



Αν $v > 0$ το κινητό κινείται προς τα δεξιά

Αν $v < 0$ το κινητό κινείται προς τ' αριστερά.

Η ταχύτητα δείχνει το "πόσο γρήγορα" κινείται ένα κινητό. Και το "πόσο γρήγορα" είναι συνυφασμένο με τον ρυθμό που μεταβάλλεται η θέση του κινητού.

Η **στιγμιαία ταχύτητα** είναι ένα διανυσματικό μέγεθος που ορίζεται σαν η οριακή τιμή που τείνει το πηλίκο της μετατόπισης προς το χρονικό διάστημα που έγινε η μετατόπιση αυτή όταν το χρονικό διάστημα τείνει στο μηδέν. Η στιγμιαία ταχύτητα είναι πάντα εφαπτόμενη στην τροχιά του κινητού και αναφέρεται στην ταχύτητα ενός κινητού σε μια χρονική στιγμή.

Η μέση αριθμητική ταχύτητα χρησιμοποιείται στην καθημερινή μας εμπειρία και δεν έχει σχέση με την μέση ταχύτητα όπως την ορίζουμε σε αυστηρά επιστημονικά πλαίσια. Είναι μονόμετρο μέγεθος και ισούται με το πηλίκο του διαστήματος (μήκος τροχιάς $s_{ολ}$) που διανύει το κινητό σε κάποιο χρονικό διάστημα $t_{ολ}$ προς το χρόνο αυτό.

$$v = \frac{s_{ολ}}{t_{ολ}}$$

4. Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (Ε.Ο.Κ.)

Το χαρακτηριστικό της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης είναι: $\bar{v} = \text{σταθ.}$

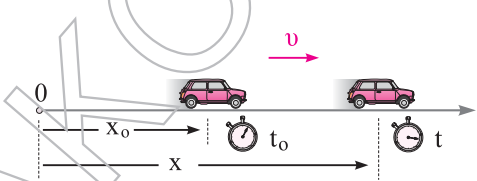
Σχόλια: Η ταχύτητα είναι διανυσματικό μέγεθος. Αυτό σημαίνει ότι όταν η ταχύτητα είναι σταθερή, είναι σταθερή σε μέτρο διεύθυνση και φορά.

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η μέση και η στιγμιαία ταχύτητα συμπίπτουν.

Εξίσωση κίνησης.

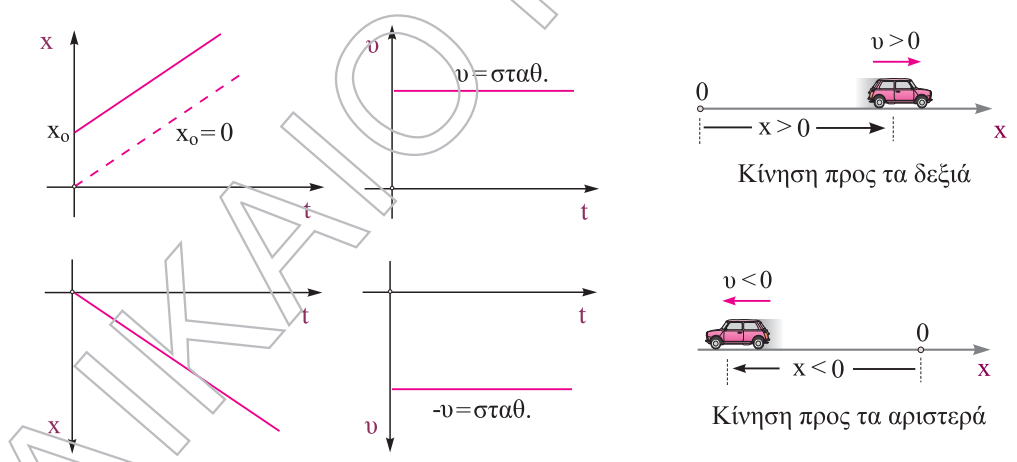
Θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή t_0 το κινητό βρίσκεται στη θέση x_0 και τη χρονική στιγμή t το κινητό βρίσκεται στη θέση x . Χρησιμοποιώντας τη σχέση της μέσης ταχύτητας έχουμε:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \quad \text{ή} \quad x - x_0 = v(t - t_0) \quad \text{ή} \quad x = x_0 + v(t - t_0)$$



Στην περίπτωση όπου $t_0 = 0$ θα έχουμε: $x = x_0 + vt$

Διαγράμματα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση:



Σχόλιο: Το εμβαδόν που περικλείεται από το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου και τον άξονα του χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με τη μετατόπιση Δx του κινητού.

5. Επιτάχυνση.

Μέση επιτάχυνση: Ορίζουμε μέση επιτάχυνση το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας προς το χρόνο που έγινε η μεταβολή αυτή. Δηλαδή:

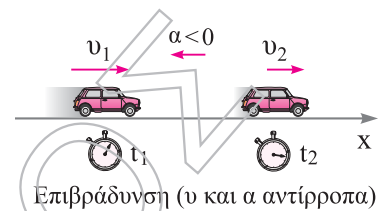
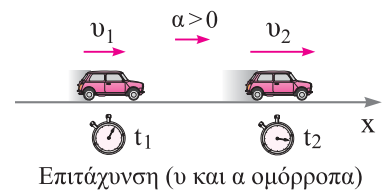
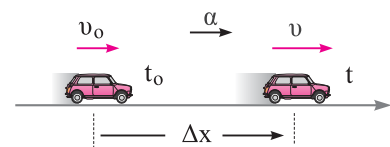
$$\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Η μέση επιτάχυνση $\bar{\alpha}$ είναι διανυσματικό μέγεθος. Η διεύθυνση και η φορά της είναι αυτή της μεταβολής της ταχύτητας Δv . Αν όμως η κίνηση γίνεται σε μια ευθεία, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις αλγεβρικές τιμές των παραπάνω μεγεθών. Για προσανατολισμένο άξονα έχουμε:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Αν $\alpha > 0$ το κινητό επιταχύνεται (τα διανύσματα της στιγμιαίας ταχύτητας και της επιτάχυνσης είναι ομόρροπα).

Αν $\alpha < 0$ το κινητό επιβραδύνεται (τα διανύσματα της στιγμιαίας ταχύτητας και της επιτάχυνσης είναι αντίρροπα).



6. Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (Ε.Ο.Ε.Κ.)

Το χαρακτηριστικό της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης είναι: $\bar{\alpha} = \text{σταθ.}$

Σχόλιο: Η επιτάχυνση είναι διανυσματικό μέγεθος. Αυτό σημαίνει ότι όταν η επιτάχυνση είναι σταθερή, είναι σταθερή σε μέτρο διεύθυνση και φορά.

Εξίσωση ταχύτητας.

Θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή t_0 το κινητό έχει ταχύτητα μέτρου v_0 και τη χρονική στιγμή t το κινητό έχει ταχύτητα μέτρου v . Χρησιμοποιώντας τη σχέση της μέσης επιτάχυνσης έχουμε:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \quad \text{ή} \quad v - v_0 = \alpha(t - t_0) \quad \text{ή} \quad v = v_0 + \alpha(t - t_0)$$

Στην περίπτωση όπου $t_0 = 0$ θα έχουμε: $v = v_0 + \alpha t$

Αν $v_0 = 0$ θα έχουμε: $v = \alpha t$

Εξίσωση κίνησης.

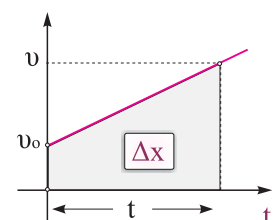
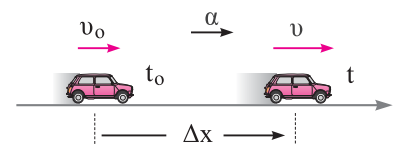
Σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου η οποία είναι 1^{ου} βαθμού. Η μετατόπιση Δx είναι αριθμητικά ίση με το εμβαδόν του τραπεζιού. Επομένως έχουμε:

$$\Delta x = \text{εμβαδόν τραπεζιού} = \frac{v_0 + v}{2} t$$

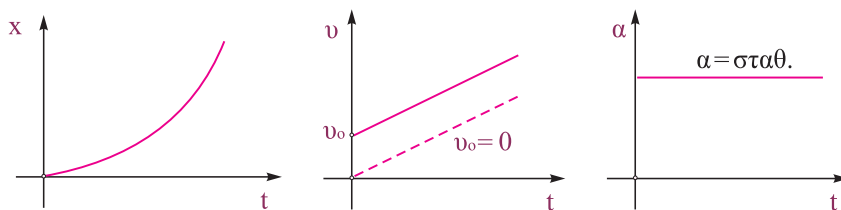
Αντικαθιστώντας όπου $v = v_0 + \alpha t$ έχουμε:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_0 + \alpha t}{2} t \quad \text{ή} \quad \Delta x = \frac{2v_0 t + \alpha t^2}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

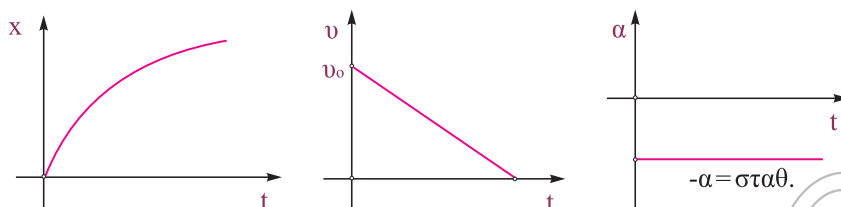
Αν $v_0 = 0$ τότε η εξίσωση θέσης γίνεται: $\Delta x = \frac{1}{2} \alpha t^2$



Διαγράμματα στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.



Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

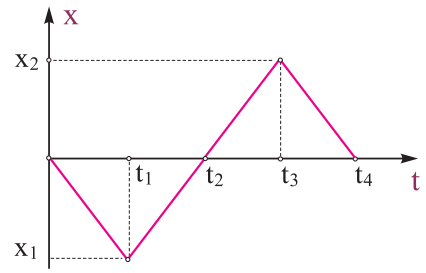


Ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

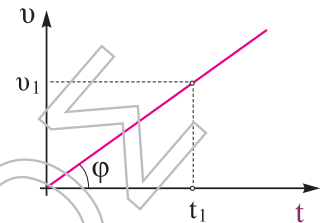
7. Τροχιά ενός σώματος είναι
- η ευθύγραμμη απόσταση μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων του σώματος
 - η ένωση των διαδοχικών σημείων από τα οποία περνά το σώμα
 - η θέση του σώματος ως προς το σημείο αναφοράς
 - τίποτα από τα παραπάνω.
8. Η θέση ενός σώματος είναι
- η ευθύγραμμη απόσταση μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων του σώματος
 - η ένωση των διαδοχικών σημείων από τα οποία περνά το κινητό
 - ένα διανυσματικό μέγεθος που εξαρτάται από το σημείο αναφοράς
 - τίποτα από τα παραπάνω.
9. Η μετατόπιση ενός σώματος
- δεν εξαρτάται από το σημείο αναφοράς
 - είναι ένα μονόμετρο μέγεθος
 - είναι ένα διανυσματικό μέγεθος που εξαρτάται από το σημείο αναφοράς
 - τίποτα από τα παραπάνω.
10. Η μετατόπιση ενός σώματος μπορεί να είναι μηδέν
- σε κάθε χρονική στιγμή της κίνησής του
 - σε κάποιο χρονικό διάστημα της κίνησής του
 - αρκεί το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα να είναι μηδέν
 - ουδέποτε.
11. Ένα σημειακό αντικείμενο που κινείται σε ευθεία, έχει συντεταγμένη 2 cm. Αν αυτό μετατοπιστεί κατά -6 cm, η τελική του συντεταγμένη (σε cm) θα είναι:
- 6
 - 4
 - 8
 - τα στοιχεία είναι ελλιπή

18. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα ξεκινώντας από την αφετηρία. Στο σχήμα βλέπετε το διάγραμμα θέσης - χρόνου.



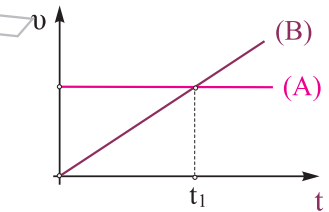
- Οι ταχύτητες του σώματος είναι θετικές για τα χρονικά διαστήματα $t_2 \rightarrow t_3$ και $t_3 \rightarrow t_4$.
- Το συνολικό διανυόμενο διάστημα είναι $d = x_1 + x_2$.
- Το συνολικό διανυόμενο διάστημα είναι $d = 2(x_1 + x_2)$.
- Τίποτα από τα παραπάνω.

19. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



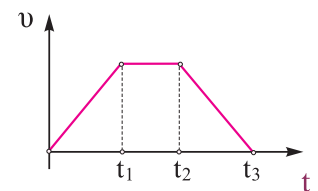
- Η επιτάχυνση του κινητού είναι ανάλογη του χρόνου.
- Η θέση του κινητού είναι ανάλογη του χρόνου.
- Το κινητό ξεκινάει από την αφετηρία.
- Η μέση ταχύτητα του κινητού μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι $v_{\mu} = v_1/2$.

20. Δύο σώματα Α και Β ξεκινούν από το ίδιο σημείο και κινούνται ευθύγραμμα στον άξονα x. Το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



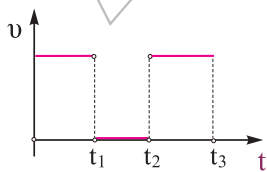
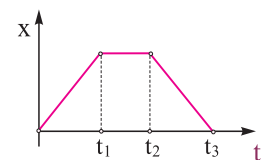
- Τη χρονική στιγμή t_1 , τα σώματα συναντιούνται.
- Για τα μέτρα των επιταχύνσεων ισχύει $\alpha_A > \alpha_B$.
- Τη χρονική στιγμή t_1 για τις μετατοπίσεις των σωμάτων ισχύει $\Delta x_A = 2\Delta x_B$.
- Τίποτα από τα παραπάνω.

21. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

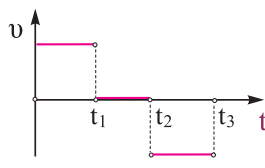


- Το εμβαδόν του διαγράμματος μας δίνει τη μετατόπιση του σώματος.
- Το εμβαδόν του διαγράμματος μας δίνει την τελική θέση του σώματος.
- Το σώμα ξαναγυρνάει στην αφετηρία.
- Τίποτα από τα παραπάνω.

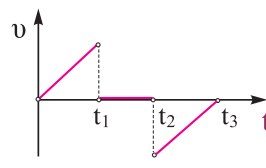
22. Το διάγραμμα θέσης - χρόνου για ένα σώμα που κινείται ευθύγραμμα φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου φαίνεται στο σχήμα



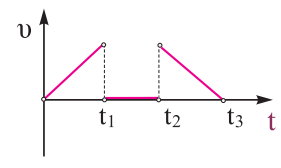
(α)



(β)

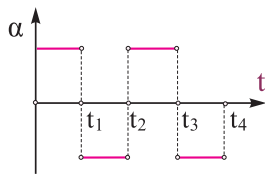
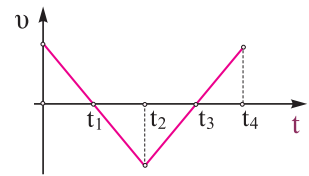


(γ)

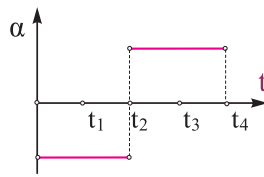


(δ)

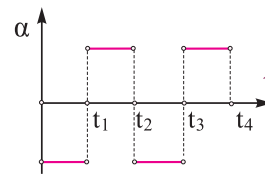
- 23.** Το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για ένα σώμα που κινείται ευθύγραμμα φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου φαίνεται στο σχήμα



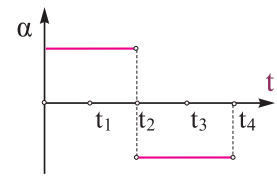
(α)



(β)

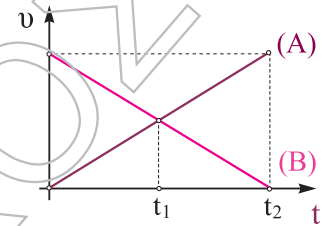


(γ)



(δ)

- 24.** Δύο σώματα Α και Β ξεκινούν από το ίδιο σημείο και κινούνται ευθύγραμμα στον άξονα x. Το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



- α. Το σώμα Α συναντάει το σώμα Β τη χρονική στιγμή t_1 .
 β. Τη χρονική στιγμή t_1 , ισχύει $\Delta x_A = \Delta x_B$.
 γ. Τη χρονική στιγμή t_2 , ισχύει $\Delta x_A = \Delta x_B$.
 δ. Για τις επιταχύνσεις ισχύει: $|\alpha_A| > |\alpha_B|$.

Ερωτήσεις σωστού - λάθους

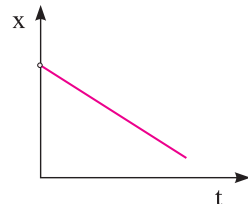
- 25.** Η θέση ενός σώματος:
- είναι μονόμετρο μέγεθος.
 - είναι διανυσματικό μέγεθος
 - έχει μέτρο την ευθύγραμμη απόσταση μεταξύ του σημείου αναφοράς και το σημείο που βρίσκεται το σώμα
 - είναι αρνητική όταν το σώμα βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα του $x'x$
 - είναι αρνητική όταν το σώμα κινείται προς τ'αριστερά του άξονα $x'x$
 - εξαρτάται από το σημείο αναφοράς.
- 26.** Η μετατόπιση ενός σώματος:
- είναι μονόμετρο μέγεθος.
 - είναι διανυσματικό μέγεθος.
 - έχει μέτρο την ευθύγραμμη απόσταση μεταξύ του σημείου αναφοράς και του σημείου που βρίσκεται το σώμα
 - είναι αρνητική όταν το σώμα μετατοπίζεται στον αρνητικό ημιάξονα του $x'x$
 - εξαρτάται από το σημείο αναφοράς.
- 27.** Όταν η μετατόπιση ενός σώματος είναι αρνητική, αυτό σημαίνει ότι:
- το σώμα κινείται πάνω στον άξονα $x'x$ προς τ'αριστερά
 - το σώμα κινείται πάνω στον άξονα $x'x$ προς τα δεξιά
 - ισχύει $x_{αρχ} > x_{τελ}$ όπου $x_{αρχ}$ και $x_{τελ}$ είναι οι αλγεβρικές τιμές της αρχικής και της τελικής θέσης του σώματος αντίστοιχα.
 - το σώμα βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα.

- 28.** Ένα σώμα κινείται στον άξονα $x'x$.
- α. Όταν το σώμα μετατοπίζεται από τη θέση A στη θέση B , η μετατόπισή του είναι αρνητική αν το B βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα.
- β. Όταν το σώμα μετατοπίζεται από τη θέση A στη θέση B , η μετατόπισή του είναι θετική γιατί το σώμα κινείται προς τα δεξιά.
- γ. Όταν το σώμα μεταβεί από τη θέση A στη θέση Γ και ξαναγυρίσει στη θέση A , η μετατόπισή του θα είναι μηδέν και το συνολικό διάστημα που θα έχει διανύσει ίσο με $2(AB) + 2(B\Gamma)$.
- δ. Όταν το σώμα μεταβεί από τη θέση Γ στη θέση A και στη συνέχεια επιστρέψει στη θέση B , η συνολική μετατόπισή του είναι αρνητική.

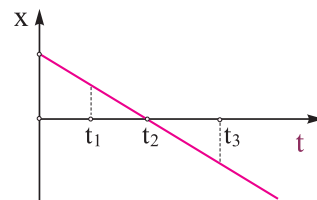


- 29.** Η ταχύτητα είναι:
- α. μονόμετρο μέγεθος
- β. διανυσματικό μέγεθος
- γ. έχει μονάδα μέτρησης το 1 m/s
- δ. είναι θετική όταν το κινητό κινείται προς τα δεξιά
- ε. είναι πάντα αρνητική όταν το σώμα βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα.

- 30.** Το διάγραμμα θέσης - χρόνου για ένα σώμα που κινείται ευθύγραμμα φαίνεται στο διπλανό σχήμα.
- α. Η ταχύτητα είναι αρνητική.
- β. Το σώμα κινείται προς τ' αριστερά.
- γ. Το σώμα επιστρέφει προς την αφετηρία.
- δ. Το σώμα δεν κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.



- 31.** Το διάγραμμα θέσης - χρόνου για ένα σώμα που κινείται ευθύγραμμα στον άξονα $x'x$ φαίνεται στο διπλανό σχήμα.
- α. Τη χρονική στιγμή t_2 , η ταχύτητα του σώματος είναι μηδέν.
- β. Τη χρονική στιγμή t_3 , το σώμα βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα του $x'x$.
- γ. Τις χρονικές στιγμές t_1 και t_3 , το σώμα έχει το ίδιο μέτρο ταχύτητας.
- δ. Η ταχύτητα του σώματος μειώνεται με σταθερό ρυθμό.



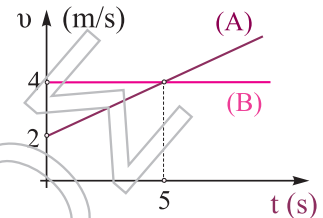
- 32^ε** Δύο σώματα A και B κινούνται στον άξονα $x'x$ με εξισώσεις κίνησης:
- $$x_A = 3 + 2t \text{ (S.I.)} \quad , \quad x_B = -3 - 2t \text{ (S.I.)}$$
- α. Τα δύο σώματα έχουν το ίδιο μέτρο ταχύτητας.
- β. Τα δύο σώματα έχουν την ίδια ταχύτητα.
- γ. Τα σώματα ξεκινούν από το ίδιο σημείο.
- δ. Το σώμα A κινείται προς τα δεξιά και το B κινείται προς τ' αριστερά.

- 33^ε** Δύο σώματα A και B κινούνται στον άξονα $x'x$ με εξισώσεις κίνησης:
- $$x_A = -2 + 3t \text{ (S.I.)} \quad , \quad x_B = -2 - 3t \text{ (S.I.)}$$
- α. Τα δύο σώματα εκτελούν ομαλή κίνηση.
- β. Τα δύο σώματα έχουν την ίδια ταχύτητα.
- γ. Τα σώματα ξεκινούν από το ίδιο σημείο.
- δ. Το σώμα A κινείται προς τα δεξιά και το B κινείται προς τ' αριστερά.

- 34** Ένα σώμα κινείται στον άξονα $x'x$ με εξίσωση ταχύτητας:
 $v = 2 + 6t$ (S.I.)
- Το σώμα κινείται ομαλά με ταχύτητα μέτρου 6 m/s .
 - Το σώμα κινείται ομαλά επιταχυνόμενο με επιτάχυνση μέτρου 6 m/s^2 .
 - Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στην αφετηρία, η εξίσωση θέσης του σώματος είναι $x = 2t + 3t^2$.
 - Τη χρονική στιγμή $t=0$, ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι 6 m/s^2 .
 - Τη χρονική στιγμή $t=0$, ο ρυθμός μεταβολής της θέσης είναι 2 m/s .

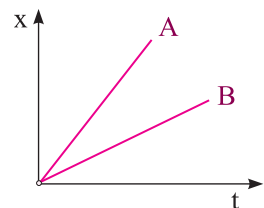
- 35** Τα αυτοκίνητα (A) και (B) του σχήματος κινούνται κατά μήκος της ίδιας ευθείας.

- Το αυτοκίνητο (A) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και το (B) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
- Τα δύο αυτοκίνητα συναντιούνται τη χρονική στιγμή $t=5\text{s}$.
- Τη χρονική στιγμή $t=5\text{s}$, το (A) προηγείται του (B).
- Οι εξισώσεις κίνησης των δύο αυτοκινήτων είναι:
 $x_A = 2t + 0,2t^2$, $x_B = 4t$
- Τη χρονική στιγμή $t=5\text{s}$ τα αυτοκίνητα απέχουν μεταξύ τους 5m .

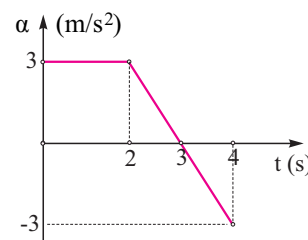


Ερωτήσεις κατανόησης

- 36.** Ποια από τα παρακάτω ζευγάρια μεγεθών είναι πάντα ομόρροπα;
- θέση και μετατόπιση
 - θέση και ταχύτητα
 - ταχύτητα και μετατόπιση
 - επιτάχυνση και μεταβολή ταχύτητας
 - επιτάχυνση και ταχύτητα.
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- 37.** Ποια από τις παρακάτω μονάδες ταχύτητες είναι μεγαλύτερη;
- 1 m/s
 - 1 km/h
- 38.** Α. Ένα σώμα διανύει ίσες μετατοπίσεις σε ίσους χρόνους. Είναι η κίνησή του οπωσδήποτε ευθύγραμμη;
- Β. Ένα σώμα διανύει ίσα διαστήματα σε ίσους χρόνους. Είναι η κίνησή του οπωσδήποτε ευθύγραμμη;
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- 39.** Ποιο από τα δύο σώματα Α και Β έχει μεγαλύτερη ταχύτητα και γιατί;



- 40.** Ένα αρχικά ακίνητο σώμα βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και δέχεται την επιδραση οριζόντιας δύναμης. Η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από στο διπλανό διάγραμμα.



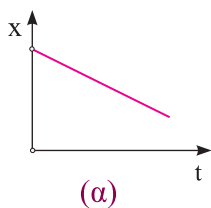
α. Από 0-2s, η ταχύτητα του σώματος αυξάνει με σταθερό ρυθμό.

β. Το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του τη στιγμή 2s.

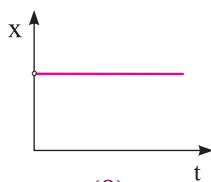
γ. Τη στιγμή 4s το σώμα έχει την ίδια ταχύτητα που είχε τη στιγμή 2s.

Να βρεις ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές και να τις δικαιολογήσεις.

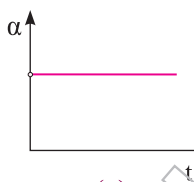
- 41.** Να περιγράψετε το είδος της κίνησης στα παρακάτω διαγράμματα. Θεωρούμε ότι σε κάθε περίπτωση το σώμα κινείται ευθύγραμμα.



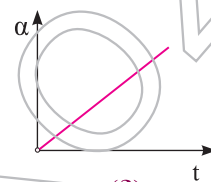
(α)



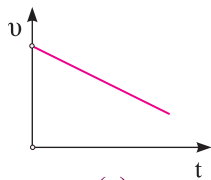
(β)



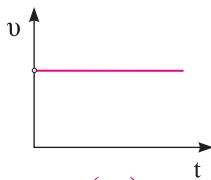
(γ)



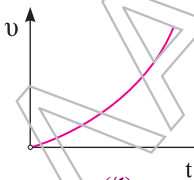
(δ)



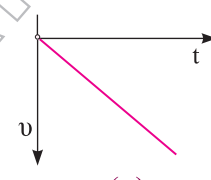
(ε)



(στ)



(ζ)



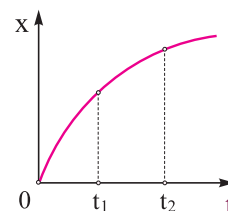
(η)

- 42.** Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα. Στο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα θέσης - χρόνου.

α. Η ταχύτητα του σώματος είναι μεγαλύτερη τη χρονική στιγμή t_1 .

β. Το μέτρο της ταχύτητας αυξάνει σε συνάρτηση με το χρόνο.

Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές;

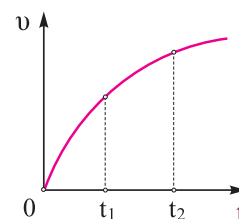


- 43.** Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα. Στο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.

α. Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος είναι μεγαλύτερο τη χρονική στιγμή t_1 .

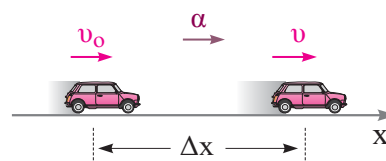
β. Το μέτρο της επιτάχυνσης αυξάνει με το χρόνο.

Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές;



- 44.** Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και τη χρονική στιγμή t_0 έχει ταχύτητα μέτρου v_0 . Το σώμα επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α , οπότε μετά από μετατόπισή του κατά Δx έχει ταχύτητα μέτρου v . Να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$2\alpha \cdot \Delta x = v^2 - v_0^2.$$



45. Α. Ένα σώμα κινείται για ορισμένο χρονικό διάστημα. Στο πρώτο μισό του χρόνου, κινείται με ταχύτητα μέτρου v_1 ενώ, στο δεύτερο μισό με ταχύτητα μέτρου v_2 . Να υπολογίσετε την τιμή της μέσης ταχύτητας, με την προϋπόθεση ότι δεν άλλαξε η κατεύθυνση της κίνησης.
 Β. Να υπολογίσετε την τιμή της μέσης ταχύτητας, αν το σώμα διανύει το μισό της ευθύγραμμης διαδρομής του με ταχύτητα μέτρου v_1 και το υπόλοιπο μισό με ταχύτητα μέτρου v_2 .

46. Ένα σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Να συμπληρώσετε τα κενά του διπλανού πίνακα.

t (s)	v (m/s)	x (m)
0	0	0
1		1
		4
	6	

47. Ένα σώμα εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση.
 α. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου και να εξηγήσετε το είδος της κίνησης.
 β. Να συμπληρώσετε τη στήλη της μετατόπισης.

t (s)	v (m/s)	Δx (m)
0	20	
1	15	
2	10	
3	5	
4	0	

48. Να συμπληρώσετε τις τιμές των αντίστοιχων μεγεθών για κάθε σειρά στον παρακάτω πίνακα.

Σειρά	x_0 (m)	v_0 (m/s)	α (m/s ²)	v (m/s)	x (m)	t (s)
1	5		0	15		2
2	20	10		16		3
3	0	0	3		6	
4	2	5		10	75	
5	0		-0,5	10		4

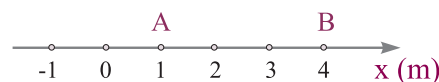
Ασκήσεις - Προβλήματα

Θέση - μετατόπιση - διάστημα.

49. Ένα σημειακό αντικείμενο κινείται στον άξονα $x'x$. Να βρείτε τη μετατόπισή του στις περιπτώσεις όπου:
 α. τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται στη θέση $x_1 = 3\text{m}$ και τη χρονική στιγμή t_2 βρίσκεται στη θέση $x_2 = 5\text{m}$.
 β. τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται στη θέση $x_1 = 5\text{m}$ και τη χρονική στιγμή t_2 βρίσκεται στη θέση $x_2 = 3\text{m}$.
 Τι δηλώνει το πρόσημο της μετατόπισης σε κάθε περίπτωση;

(Απ: 2m , -2m)

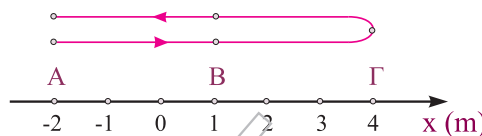
50. Ένα σώμα μετατοπίζεται πάνω στον άξονα του σχήματος από τη θέση Α στη θέση Β.



- α. Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της μετατόπισης και να βρείτε την αλγεβρική τιμή της.
β. Μπορείτε να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε το σώμα;

(Απ: 3 m)

51. Τη χρονική στιγμή $t=0$, ένα σώμα ξεκινά από τη θέση Α. Σε 2s το σώμα φτάνει στη θέση Β όπου μένει για χρόνο 3s. Ύστερα πηγαίνει στη θέση Γ σε χρόνο 4s όπου μένει για χρόνο 4s και επιστρέφει στη θέση Β σε χρόνο 5s. Μένει στη θέση αυτή για 2s και φτάνει στο Α μετά από 6s.



- α. Σε ποιες χρονικές στιγμές το σώμα φτάνει στις θέσεις Α, Β και Γ;
β. Να βρείτε τη συνολική μετατόπιση του σώματος.
γ. Να βρείτε το συνολικό διάστημα που έχει διανύσει.

(Απ: Α (0 , 26s) , Β (2s , 18s) , Γ (9s) , 12m)

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (Ε.Ο.Κ)

52. Να μετατραπούν σε m/s οι παρακάτω ταχύτητες:

- α. 1 km/h β. 36 km/h γ. 72 km/h δ. 108 km/h

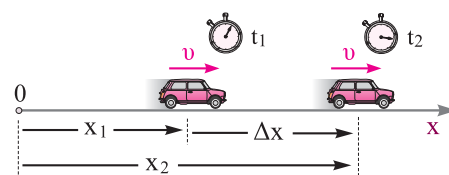
(Απ: 0,28m/s , 10 m/s , 20 m/s , 30 m/s)

53. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Σε χρονικό διάστημα $\Delta t=20$ s το σώμα μετατοπίζεται κατά $\Delta x=100$ m.

Να βρείτε την ταχύτητά του.

(Απ: 5 m/s)

54. Ένα αυτοκίνητο κινείται κατά μήκος ενός ευθύγραμμου αυτοκινητόδρομου. Τη χρονική στιγμή t_1 το αυτοκίνητο απέχει 100 χιλιόμετρα από την αφετηρία και μετά από 40 λεπτά της ώρας, το αυτοκίνητο απέχει 160 χιλιόμετρα. Να βρείτε:



- α. τη μετατόπιση του αυτοκινήτου για το παραπάνω χρονικό διάστημα.
β. την ταχύτητά του αυτοκινήτου σε m/s και σε km/h.

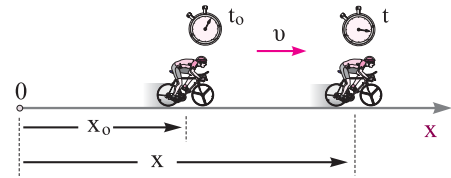
(Απ: 60 km , 25 m/s , 90 km/h)

55. Ένα σώμα ξεκινά τη χρονική στιγμή $t_0=0$ από την αφετηρία με σταθερή ταχύτητα $v=10$ m/s κινούμενο κατά μήκος μιας ευθείας.

- α. Να βρείτε την εξίσωση της κίνησής του.
β. Να φτιάξετε τα διαγράμματα θέσης - χρόνου και ταχύτητας - χρόνου.

(Απ: $x=10t$)

- 56.** Ένας ποδηλάτης κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ο ποδηλάτης απέχει $x_0=6\text{ m}$ από την αφετηρία ενώ τη χρονική στιγμή $t=6\text{ s}$, απέχει $x=18\text{ m}$ από αυτήν.



- Να βρείτε την ταχύτητα του ποδηλάτη.
- Να βρείτε τη θέση του ποδηλάτη τη χρονική στιγμή $t_1=8\text{ s}$.
- Ποια χρονική στιγμή ο ποδηλάτης απέχει $x_2=20\text{ m}$ από την αφετηρία;
- Να φτιάξετε το διάγραμμα θέσης - χρόνου.

(Απ: 2 m/s , 7 s)

- 57.** Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Όταν το κοντέρ του αυτοκινήτου δείχνει 72 km/h να βρείτε τη μετατόπιση του αυτοκινήτου σε χρόνο $\Delta t=20\text{ min}$.

(Απ: 24 km)

- 58.** Μια ατμομηχανή έχει μήκος $L=20\text{ m}$, κινείται με ταχύτητα $v=10\text{ m/s}$ και περνά μια γέφυρα μήκους $s=1.980\text{ m}$.

- Για πόσο χρόνο θα βρίσκεται η ατμομηχανή ή τμήμα της πάνω στη γέφυρα;
- Για πόσο χρόνο θα βρίσκεται ολόκληρη η ατμομηχανή πάνω στη γέφυρα;

(Απ: 200 s , 196 s)

- 59.** Δύο ποδηλάτες, κινούνται επάνω σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερές ταχύτητες μέτρου $u_1=15\text{ m/s}$ και $u_2=20\text{ m/s}$ αντίστοιχα, κινούμενοι ο ένας προς τον άλλο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχονται από τις θέσεις A , B με συντεταγμένες $x_A=-100\text{ m}$, $x_B=+600\text{ m}$ αντίστοιχα. Να βρείτε:

- μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν
- το διάστημα που διανύει κάθε ποδηλάτης μέχρι να συναντηθούν
- τη μετατόπισή τους μέχρι να συναντηθούν
- τη θέση του σημείου συνάντησης

(Απ: 20 s , 300 m , 400 m , 200 m)

- 60.** Δύο αυτοκίνητα A και B ξεκινούν ταυτόχρονα τη χρονική στιγμή $t=0$ με σταθερές ταχύτητες $v_A=30\text{ m/s}$ και $v_B=20\text{ m/s}$ από δύο πόλεις που απέχουν μεταξύ τους 15 χιλιόμετρα, κινούμενα ευθύγραμμα στον ίδιο δρόμο.

- Να βρείτε το χρόνο και το σημείο συνάντησης των αυτοκινήτων στην περίπτωση που αυτά:
 - κινούνται αντίρροπα
 - κινούνται ομόρροπα.
- Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα διαστήματος - χρόνου και ταχύτητας - χρόνου σε κάθε περίπτωση.

(Απ: 300 s , 9 km , 1.500 s , 45 km)

- 61.** Δύο αυτοκίνητα (1) , (2) κινούνται επάνω σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητες σταθερού μέτρου. Η ταχύτητα του αυτοκινήτου (1) έχει θετική κατεύθυνση και μέτρο $v_1=10\text{ m/s}$ ενώ η ταχύτητα του (2) έχει αρνητική κατεύθυνση και μέτρο $v_2=15\text{ m/s}$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχονται αντίστοιχα από τις θέσεις $x_1=-160\text{ m}$ και $x_2=+90\text{ m}$.
Να βρείτε:

- α. την εξίσωση της κίνησης κάθε αυτοκινήτου
- β. τη θέση κάθε αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_1 = 6s$
- γ. την απόσταση μεταξύ των αυτοκινήτων τη χρονική στιγμή $t_2 = 10s$
- δ. πόση είναι η μετατόπιση κάθε αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα από 4s έως 12s.

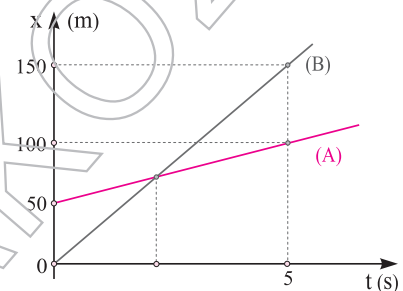
(Απ: -100m , 0 , 80m , -120m)

62. Η εξίσωση της κίνησης ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα είναι $x = 4t$ (S.I.).

- α. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα θέσης-χρόνου ($x-t$)
- β. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου ($v-t$)
- γ. Από το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή 2s έως τη χρονική στιγμή 5s.

(Απ: 12m)

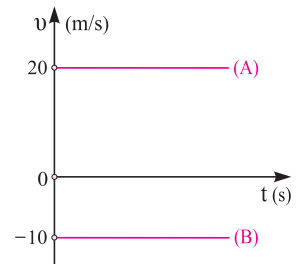
63. Το διπλανό διάγραμμα θέσης-χρόνου αναφέρεται στην ευθύγραμμη κίνηση δύο αυτοκινήτων που κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο.



- α. Να σχεδιάσετε για κάθε αυτοκίνητο στο ίδιο διάγραμμα τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου
- β. Να σχεδιάσετε για κάθε αυτοκίνητο στο ίδιο διάγραμμα τη γραφική παράσταση διαστήματος - χρόνου ($s-t$)
- γ. Να υπολογίσετε τη θέση και τη χρονική στιγμή της συνάντησης των αυτοκινήτων
- δ. Να υπολογίσετε πόσο θα απέχουν μεταξύ τους τα δύο αυτοκίνητα τη χρονική στιγμή $t=10s$.

(Απ: 75m , 2,5s , 150m)

64. Το διπλανό διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου αναφέρεται στην κίνηση δύο σωμάτων που κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο.



- α. Αν τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ η θέση του (A) είναι $x_A = -80m$ να βρεθεί η θέση του (B) ώστε τα σώματα να συναντηθούν στη θέση $x_0 = 0$.
- β. Να βρείτε τη θέση των σωμάτων τη χρονική στιγμή $t = 10s$.
- γ. Να βρείτε τη χρονική στιγμή που τα σώματα απέχουν για πρώτη φορά μεταξύ τους 60m
- δ. Να σχεδιαστεί για κάθε σώμα στο ίδιο διάγραμμα η γραφική παράσταση θέσης - χρόνου.

(Απ: 40m , 120m , -60m , 3s)

65. Ένα περιπολικό αρχίζει να καταδιώκει μοτοσικλετιστή που βρίσκεται σε απόσταση $d = 500m$ μπροστά από το περιπολικό. Το περιπολικό έχει σταθερή ταχύτητα $v_{\pi} = 30m/s$, ενώ ο μοτοσικλετιστής κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_M = 20m/s$. Να βρεθούν:

- α. ο χρόνος t που απαιτείται για να φτάσει το περιπολικό τον μοτοσικλετιστή.
- β. το διάστημα που θα διανύσει το περιπολικό στο χρόνο αυτό.

(Απ: 50s , 1.500m)

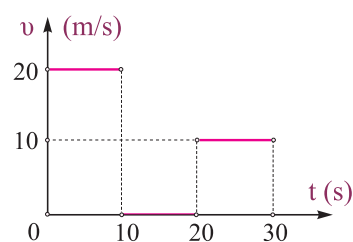
- 66.** Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Σε χρονικό διάστημα $\Delta t=2\text{s}$, το σώμα μετατοπίζεται κατά $\Delta x=8\text{m}$. Να βρείτε:
- Πόσο θα μετατοπιστεί το σώμα σε χρόνο $\Delta t=6\text{s}$
 - Σε πόσο χρονικό διάστημα, το σώμα μετατοπίζεται κατά $\Delta x=36\text{m}$;
- (Απ: 24m , 9s)

- 67.** Δύο πεζοπόροι ξεκινούν ταυτόχρονα από ένα τόπο **A** προκειμένου να φτάσουν σε ένα τόπο **B** που βρίσκεται στην ίδια ευθεία. Ο πρώτος κινούμενος με σταθερή ταχύτητα $v_A=1,2\text{m/s}$ μόλις φθάσει βλέπει ότι το ρολόι του δείχνει 10.40 . Ο δεύτερος κινούμενος με σταθερή ταχύτητα $v_B=1\text{m/s}$, μόλις φθάνει βλέπει το ρολόι του να δείχνει 10.50 . Να υπολογίσετε την απόσταση των δύο τόπων.
- (Απ: 3.600m)

- 68.** Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με εξίσωση κίνησης:
- $$x=2+5t$$
- Να βρείτε:
- την ταχύτητα του κινητού
 - τη μετατόπιση του αυτοκινήτου για το χρονικό διάστημα από $0-5\text{s}$.
 - Να φτιάξετε το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου και να υπολογίσετε τη μετατόπιση του αυτοκινήτου κατά το τρίτο δευτερόλεπτο της κίνησής του.
- (Απ: 5m/s , 25m , 5m)

- 69.** Η εξίσωση κίνησης ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά είναι:
- $$x=-2-6t \quad (\text{S.I.})$$
- Να βρείτε:
- την αρχική θέση του σώματος
 - το μέτρο της ταχύτητας
 - τη μετατόπιση του κινητού σε χρονικό διάστημα $\Delta t=4\text{s}$.
- (Απ: -2m , 6m/s , -24m)

- 70.** Στη γραφική παράσταση του διπλανού σχήματος φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για ένα σώμα που κινείται ευθύγραμμα. Αν τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα βρισκόταν στη θέση $x_0=-10\text{m}$, να βρείτε:
- τη μετατόπιση του σώματος για το χρονικό διάστημα ($0-30\text{s}$)
 - τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t=30\text{s}$.

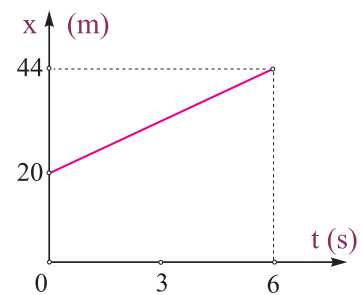


(Απ: 300m , 290m)

- 71.** Ένα αντικείμενο κινείται στον άξονα $x'x$ ευθύγραμμα και ομαλά. Τη χρονική στιγμή $t_1=0$, το αντικείμενο βρίσκεται στη θέση $x_1=-2\text{m}$ ενώ τη στιγμή $t_2=3\text{s}$, το αντικείμενο βρίσκεται στη θέση $x_2=10\text{m}$. Να βρείτε:
- το μέτρο της ταχύτητας
 - την εξίσωση κίνησης του αντικειμένου.

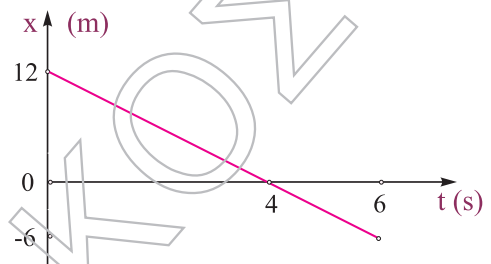
(Απ: 4m/s , $x=-2+4t$)

- 72.** Στη γραφική παράσταση του διπλανού σχήματος φαίνεται το διάγραμμα θέσης-χρόνου ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμο.
- Να βρείτε την αρχική θέση του κινητού (σημείο εκκίνησης).
 - Να βρείτε την ταχύτητα του κινητού.
 - Να βρείτε την εξίσωση κίνησης του σώματος.
 - Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.
 - Να βρείτε τη μετατόπιση του κινητού στα 3 πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησής του.



(Απ: 20 m , 4 m/s , $x=20+4t$, 12m)

- 73.** Στη γραφική παράσταση του διπλανού σχήματος φαίνεται το διάγραμμα θέσης - χρόνου ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμο.
- Να βρείτε την ταχύτητα του κινητού.
 - Να βρείτε την εξίσωση κίνησης του σώματος.
 - Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.
 - Να βρείτε τη μετατόπιση του κινητού σε κάθε 6 δευτερόλεπτα της κίνησής του.

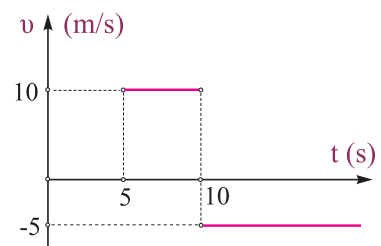


(Απ: -3 m/s , $x=12-3t$, -18m)

- 74.** Δύο ποδηλάτες **A** και **B** κινούνται στην ίδια ευθεία προς αντίθετες κατευθύνσεις. Οι ποδηλάτες ξεκινούν τη χρονική στιγμή $t_0=0$ από το ίδιο σημείο με ταχύτητες μέτρου $v_A=2\text{ m/s}$ και $v_B=4\text{ m/s}$ αντίστοιχα. Να βρείτε:
- Πόσο απέχουν μεταξύ τους τη χρονική στιγμή $t=4\text{ s}$.
 - Ποια χρονική στιγμή θα απέχουν μεταξύ τους 72 m;

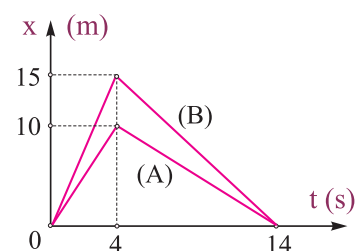
(Απ: 24 m , 12s)

- 75.** Ένα σώμα ξεκινά τη χρονική στιγμή από την αφετηρία κινούμενο ευθύγραμμο. Στο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.
- Πόσο μακριά από την αφετηρία έφτασε το σώμα;
 - Πότε το σώμα θα ξαναγουρίσει στην αφετηρία;



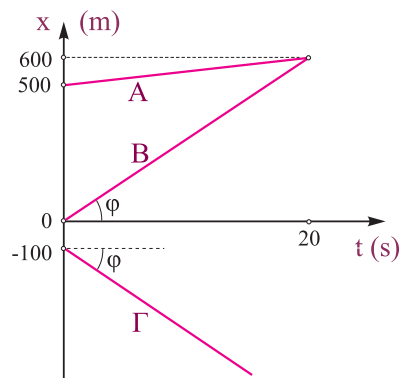
(Απ: 24 m , 12s)

- 76.** Στο διπλανό σχήμα βλέπετε το διάγραμμα θέσης - χρόνου για τα δύο σώματα **A** και **B** που κινούνται ευθύγραμμο. Να βρείτε:
- τις μέσες ταχύτητες των σωμάτων για τις χρονικές διάρκειες 0-4 s και 4-14 s.
 - τις στιγμιαίες ταχύτητες των σωμάτων τη χρονική στιγμή $t=2\text{ s}$.



(Απ: A: 2,5 m/s , -1 m/s , $v_A=2,5\text{ m/s}$
B: 3,75 m/s , -1.5 m/s , $v_B=3,75\text{ m/s}$)

77. Τρεις άνθρωποι Α, Β και Γ προχωρούν ομαλά σε ευθύγραμμο δρόμο. Στο διπλανό σχήμα βλέπετε το διάγραμμα θέσης - χρόνου.



- α. Με ποιές ταχύτητες κινούνται οι άνθρωποι;
β. Πού βρίσκεται ο Γ τη χρονική στιγμή $t=20\text{s}$;
γ. Ποιες είναι οι εξισώσεις κίνησης για τους Α, Β και Γ;

(Απ: 5 m/s , 30 m/s , -30 m/s , -700 m ,
 $x_A = 500 + 5t$, $x_B = 30t$, $x_\Gamma = -100 - 30t$)

78. Μπροστά από την αφετηρία περνάει αυτοκίνητο με ταχύτητα $v_1=10\text{ m/s}$. Μετά από $\Delta t=5\text{ s}$, περνάει από την αφετηρία κινούμενο με την ίδια φορά και στην ίδια κατεύθυνση, αυτοκίνητο με ταχύτητα $v_2=15\text{ m/s}$. Πότε και πού θα συναντηθούν τα αυτοκίνητα;

(Απ: 15 s , 150 m)

79. Ένα σώμα διανύει ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ με ταχύτητα $v_1=20\text{ m/s}$. Μετά από $\Delta t=4\text{ s}$, ένα δεύτερο σώμα διανύει την ίδια απόσταση με ταχύτητα $v_2=30\text{ m/s}$ και φθάνει ταυτόχρονα με το πρώτο. Να βρείτε:

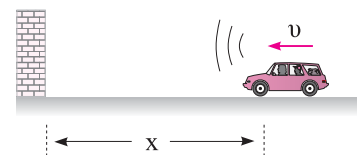
- α. Την απόσταση ΑΒ.
β. Τους χρόνους κίνησης των σωμάτων.

(Απ: 240 m , 12 s , 8 s)

80. Ένα τρένο που κινείται ομαλά, διέρχεται από μια σήραγγα μήκους 320 m σε χρόνο 19 s και από μια άλλη που βρίσκεται στην ίδια ευθεία και έχει μήκος 540 m σε χρόνο 30 s . Να βρείτε την ταχύτητα σε km/h με την οποία κινείται το τρένο και να υπολογίσετε το μήκος του. Να θεωρήσετε ότι όταν το τρένο διέρχεται από τη γέφυρα, βρίσκεται όλο ή τμήματά του στη γέφυρα.

(Απ: 72 km/h , 60 m)

81. Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα v πλησιάζοντας προς έναν κατακόρυφο τοίχο. Σε κάποια χρονική στιγμή που το αυτοκίνητο απέχει απόσταση x , εκπέμπει ηχητικό σήμα προς τον τοίχο και ο αυτοκινητιστής ακούει τον ήχο όταν βρεθεί σε απόσταση $8x/9$ από αυτόν. Με ποια ταχύτητα κινείται το αυτοκίνητο; ($v_{\eta\chi}=340\text{ m/s}$)



(Απ: 20 m/s)

82. Οι εξισώσεις κίνησης δύο σωμάτων που κινούνται στην ίδια ευθεία και ξεκινούν ταυτόχρονα είναι:

$$x_A = x_{0A} + v_A t \quad \text{με} \quad x_{0A} = +180\text{ m} \quad , \quad v_A = -5\text{ m/s}$$

$$x_B = x_{0B} + v_B t \quad \text{με} \quad x_{0B} = 0 \quad , \quad v_B = 4\text{ m/s}$$

- α. Να κάνετε ένα σκίτσο όπου να φαίνεται πώς κινούνται τα σώματα.
β. Να υπολογίσετε:
i. πότε τα δύο σώματα θα συναντηθούν.
ii. πόσο θα απέχουν τη χρονική στιγμή $t=30\text{ s}$.

(Απ: 20 s , 90 m)

- 83.** Δύο σώματα απέχουν απόσταση **AB** μεταξύ τους. Αν κινούνται ομόρροπα, συναντιώνται μετά από χρόνο $4t$. Αν κινούνται αντίρροπα συναντιούνται μετά από χρόνο t . Να βρείτε το λόγο των ταχυτήτων τους. Τα σώματα κινούνται με σταθερή ταχύτητα.

(Απ: 5/3)

Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (Ε.Ο.Μ.Κ).

- 84.** Ένας μοτοσικλετιστής ξεκινά από την ηρεμία κινούμενος ευθύγραμμα και με σταθερή επιτάχυνση. Στα πρώτα 10 δευτερόλεπτα έχει διανύσει 200 m. Να βρείτε:
α. το μέτρο της επιτάχυνσης
β. την ταχύτητα της μοτοσικλέτας μετά από 4 δευτερόλεπτα.

(Απ: 4 m/s^2 , 16 m/s)

- 85.** Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από την ηρεμία κινούμενο ευθύγραμμα με επιτάχυνση 4 m/s^2 . Να βρείτε:
α. την ταχύτητα του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή 5s
β. το διάστημα που διανύει σε χρόνο 5s.

(Απ: 20 m/s , 50 m)

- 86.** Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα έχοντας αρχική ταχύτητα $v_0 = 5 \text{ m/s}$. Σε χρονικό διάστημα Δt διανύει 50 m και το μέτρο της ταχύτητάς του τριπλασιάζεται. Να βρείτε:
α. το μέτρο της επιτάχυνσης
β. το χρονικό διάστημα της επιτάχυνσης.

(Απ: 2 m/s^2 , 5 s)

- 87.** Ένας μοτοσικλετιστής κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα 20 m/s . Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ επιταχύνει τη μοτοσικλέτα του με επιτάχυνση 4 m/s^2 .
α. Να βρείτε την ταχύτητα της μοτοσικλέτας τη χρονική στιγμή $t = 6 \text{ s}$
β. Να υπολογίσετε το διάστημα που έχει διανύσει η μοτοσικλέτα μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 6 \text{ s}$
γ. Να γράψετε τις εξισώσεις ταχύτητας και κίνησης για την μοτοσικλέτα.

(Απ: 44 m/s , 192 m , $v = 20 + 4t$, $x = 20t + 2t^2$)

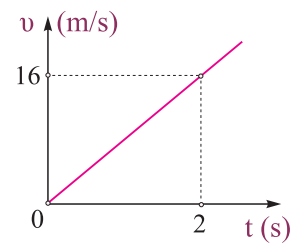
- 88.** Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από την ηρεμία με σταθερή επιτάχυνση. Να βρείτε:
α. την επιτάχυνση του αυτοκινήτου, αν μετά από χρόνο 8s η ταχύτητά του γίνεται 32 m/s
β. μετά από πόσο χρόνο το αυτοκίνητο θα διανύσει 288 m.

(Απ: 4 m/s^2 , 12 s)

- 89.** Μοτοσικλέτα κινείται επάνω σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου 10 m/s . Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ η μοτοσικλέτα επιταχύνεται με σταθερό ρυθμό 2 m/s^2 . Να βρείτε:
α. τη χρονική στιγμή που η μοτοσικλέτα έχει διανύσει διάστημα 56 m από τη στιγμή $t_0 = 0$
β. την ταχύτητα που θα έχει η μοτοσικλέτα τη στιγμή που έχει διανύσει το διάστημα των 56 m.

(Απ: 4 s , 18 m/s)

90. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα. Το διάγραμμα της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να βρείτε:
- το μέτρο της επιτάχυνσης
 - τη μετατόπιση του σώματος από 0–2s.



(Απ: 2 m/s^2 , 5 s)

91. Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα v_0 . Κάποια χρονική στιγμή, το κινητό επιταχύνεται με $\alpha=2\text{m/s}^2$ και μετά από μετατόπιση $x=60\text{m}$, η ταχύτητα του έχει τετραπλασιαστεί. Να βρείτε:
- την αρχική ταχύτητα του αυτοκινήτου
 - το χρονικό διάστημα της επιτάχυνσης.

(Απ: 4m/s , 6s)

92. Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την αφετηρία τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με αρχική ταχύτητα v_0 . Τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$ η θέση του αυτοκινήτου είναι $x_1=50\text{m}$ και τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$, η θέση του αυτοκινήτου είναι $x_2=300\text{m}$. Να βρείτε την επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

(Απ: $12,5\text{m/s}^2$)

93. Ένας δρομέας των 200m ξεκινάει με επιτάχυνση $\alpha=5\text{m/s}^2$ μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα $v=10\text{m/s}$. Στη συνέχεια κινείται με σταθερή ταχύτητα. Να κάνετε το διάγραμμα ταχύτητας -χρόνου και από το διάγραμμα να βρείτε το ρεκόρ του δρομέα.

(Απ: 21s)

94. Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει μόλις το φανάρι ανάψει πράσινο με επιτάχυνση 2m/s^2 για χρόνο 5s. Συνεχίζει να κινείται ομαλά με την ταχύτητα που απέκτησε για χρόνο 10s και βλέπει ότι το επόμενο φανάρι είναι κόκκινο, οπότε επιβραδύνεται με επιβράδυνση σταθερού μέτρου 4m/s^2 και σταματά. Ζητούνται:

- ο χρόνος που κινήθηκε το αυτοκίνητο από το ένα φανάρι στο άλλο.
- η απόσταση ανάμεσα στα φανάρια.
- να γίνουν τα διαγράμματα θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης - χρόνου. Θεωρείστε σαν αφετηρία το πρώτο φανάρι ($x_0=0$ και $t_0=0$).

(Απ: 17,5s , 137,5m)

95. Ένα κινητό ξεκινάει από την ηρεμία κινούμενο ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενο. Κατά τη διάρκεια του 5^{ου} δευτερόλεπτου, το κινητό διανύει $x=9\text{m}$. Να βρεθούν:

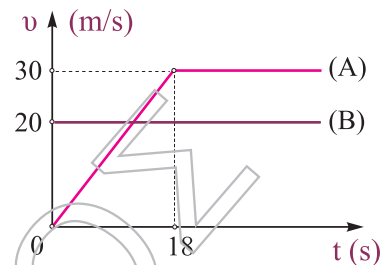
- το μέτρο της επιτάχυνσης
- η ταχύτητα του κινητού στο τέλος του 5^{ου} δευτερόλεπτου.
- η μετατόπιση του κινητού στο τέλος του 5^{ου} δευτερόλεπτου.

(Απ: 2m/s^2 , 10 m/s , 25m)

- 96.** Μόλις ανάψει πράσινο, αυτοκίνητο που είναι σταματημένο σε φανάρι ξεκινάει ομαλά επιταχυνόμενο και μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, κινείται με σταθερή ταχύτητα. Επειδή το επόμενο φανάρι είναι κόκκινο, το κινητό επιβραδύνεται ομαλά και σταματάει. Η συνολική μετατόπιση του αυτοκινήτου είναι 150 m και η μέγιστη ταχύτητά του είναι 10 m/s ενώ ο συνολικός χρόνος κίνησης είναι 20 s . Να βρείτε για πόσο χρόνο το κινητό κινήθηκε με σταθερή ταχύτητα.

(Απ: 10 s)

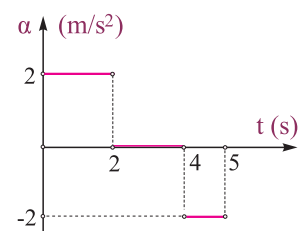
- 97.** Στο διπλανό σχήμα βλέπετε το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για τα δύο αυτοκίνητα **A** και **B** που ξεκινούν και τα δύο από την αφετηρία τη χρονική στιγμή $t=0$. Το αυτοκίνητο **A** επιταχύνεται ομαλά μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα 30 m/s σε 18 s και μετά συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα. Το αυτοκίνητο **B** κινείται συνέχεια με σταθερή ταχύτητα 20 m/s . Να βρεθούν:



- πότε τα αυτοκίνητα θα αποκτήσουν ταχύτητες ίδιου μέτρου;
- τη χρονική στιγμή $t=18\text{ s}$, ποιο αυτοκίνητο προηγείται και πόσο;
- ποια χρονική στιγμή θα συναντηθούν;

(Απ: 12 s , 90 m , 27 s)

- 98.** Ένα σώμα που κάνει ευθύγραμμη κίνηση, τη χρονική στιγμή $t_0=0$ βρίσκεται στη θέση έχει $x_0=-20\text{ m}$ και είναι ακίνητο. Αν η επιτάχυνση του σώματος μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα, να κάνετε το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου και να βρείτε την ταχύτητα και τη θέση του τη χρονική στιγμή $t=5\text{ s}$.



(Απ: 2 m/s , -5 m)

- 99.** Ένα σώμα ξεκινά από την ηρεμία και κινείται για χρονικό διάστημα $t_1=7\text{ s}$ με επιτάχυνση $\alpha_1=2\text{ m/s}^2$. Στη συνέχεια κινείται με άγνωστη επιτάχυνση α_2 για χρονικό διάστημα $t_2=4\text{ s}$ και στο τέλος επιβραδύνεται με επιβράδυνση $\alpha_3=8\text{ m/s}^2$ για χρόνο $t_3=3\text{ s}$ μέχρι να σταματήσει.

- Να βρείτε την ολική μετατόπισή του.
- Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου και επιτάχυνσης - χρόνου.

(Απ: 161 m)

- 100.** Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμη με σταθερή ταχύτητα $v_0=10\text{ m/s}$. Κάποια χρονική στιγμή επιβραδύνεται ομαλά μέχρι να σταματήσει. Αν η ολική μετατόπισή του είναι 400 m και ο ολικός χρόνος κίνησής του είναι 60 s , να βρείτε:

- για πόσο χρόνο το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα.
- την ταχύτητα του σώματος 5 δευτερόλεπτα πριν αυτό σταματήσει.

(Απ: 120 s , $1,25\text{ m/s}$)

- 101.** Η εξίσωση της ταχύτητας ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμη είναι $v=-4+2t$ (S.I.).

- Να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος.
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.
- Να βρείτε τη μετατόπιση του σώματος από $0-4\text{ s}$.

(Απ: 2 m/s^2 , 0)

- 102.** Ένα κινητό ξεκινά τη χρονική στιγμή $t=0$ από την αφετηρία χωρίς αρχική ταχύτητα κινούμενο ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση $\alpha=2\text{m/s}^2$. Τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$ αρχίζει να επιβραδύνεται και την χρονική στιγμή $t_2=9\text{s}$, έχει ξαναγουρίσει στην αφετηρία. Να βρείτε:
α. το μέτρο της επιβράδυνσης
β. πότε το κινητό θα σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.

(Απ: $2,5\text{m/s}^2$, $5,4\text{s}$)

- 103.** Ένας οδηγός αυτοκινήτου κινείται με σταθερή ταχύτητα $v=72\text{km/h}$. Ξαφνικά αντιλαμβάνεται εμπόδιο στα 50m . Με χρόνο αντίδρασης $0,5\text{s}$ πατάει το φρένο και το αυτοκίνητο επιβραδύνεται με επιβράδυνση μέτρου 2m/s^2 .
α. Θα σταματήσει ο οδηγός έγκαιρα;
β. Με ποια επιβράδυνση θα είναι σίγουρος ότι δεν θα βρεί το εμπόδιο;

(Απ: -5m/s^2)

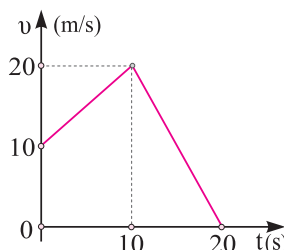
- 104.** Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha=2\text{m/s}^2$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ βρίσκεται στη θέση $x_0=5\text{m}$ και έχει ταχύτητα μέτρου $v_0=10\text{m/s}$. Να βρείτε:
α. τη χρονική στιγμή που το αυτοκίνητο διέρχεται από τη θέση $x=44\text{m}$
β. το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου όταν διέρχεται από τη θέση $x=44\text{m}$
γ. τη θέση του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t=5\text{s}$.

(Απ: 3s , 16m/s , 80m)

- 105.** Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα $v_0=20\text{m/s}$. Κάποια χρονική στιγμή, το σώμα επιβραδύνεται ομαλά και μετά από χρόνο $t=10\text{s}$ επιστρέφει στην αρχική του θέση. Να βρείτε
α. την επιβράδυνση του σώματος
β. πόσες χρονικές στιγμές, το σώμα θα έχει ταχύτητα μέτρου $v=10\text{m/s}$;

(Απ: -4m/s^2 , $2,5\text{s}$, $7,5\text{s}$)

- 106.** Το διπλανό διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου περιγράφει την ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση ενός σώματος. Αν τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχεται από την θέση $x_0=10\text{m}$, να σχεδιάσετε τα διαγράμματα:
α. επιτάχυνσης - χρόνου
β. διαστήματος - χρόνου
γ. θέσης - χρόνου.



- 107.** Ένα αυτοκίνητο που κινείται ομαλά επιταχυνόμενο, τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχεται από τη θέση $x_0=10\text{m}$ με ταχύτητα 10m/s και τη χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$ διέρχεται από τη θέση x_1 με ταχύτητα 20m/s . Από το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου να υπολογίσετε:
α. την επιτάχυνση του αυτοκινήτου
β. τη θέση x_1
γ. τη μετατόπισή του για το χρονικό διάστημα $5-10\text{s}$.

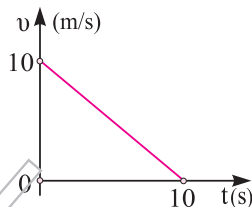
(Απ: 1m/s^2 , 160m , $87,5\text{m}$)

- 108.** Από την αφετηρία διέρχεται ένα σώμα Α κινούμενο προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα $v=20\text{ m/s}$. Μετά από $\Delta t=4\text{ s}$, διέρχεται από την αφετηρία σώμα Β κινούμενο προς τα δεξιά με αρχική ταχύτητα $v_0=40\text{ m/s}$ και επιβράδυνση $\alpha=2\text{ m/s}^2$. Να βρείτε πότε και πού θα συναντηθούν τα σώματα.

(Απ: $9,5\text{ s}$, 190 m , $18,5\text{ s}$, 370 m)

- 109.** Το διπλανό διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου αναφέρεται στην ευθύγραμμη κίνηση ενός σώματος που τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχεται από τη θέση $x_0=0$.

- Να περιγράψετε την κίνηση του αυτοκινήτου.
- Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του αυτοκινήτου.
- Ποια είναι η εξίσωση της κίνησής του.
- Πόσο διάστημα διανύει από τη χρονική στιγμή υποδιπλασιασμού της αρχικής του ταχύτητας έως ότου σταματήσει.



(Απ: -1 m/s^2 , $x=10t-0,5t^2$, $12,5\text{ m}$)

- 110.** Αυτοκίνητο το οποίο είναι ακίνητο επάνω σε ευθύγραμμο δρόμο, τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου 4 m/s^2 . Τη χρονική στιγμή $t_1=5\text{ s}$ αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερό ρυθμό μείωσης της ταχύτητας και σταματά τη χρονική στιγμή $t_2=15\text{ s}$. Να βρείτε:

- το μέτρο του σταθερού ρυθμού μείωσης της ταχύτητας του αυτοκινήτου
- το συνολικό διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο
- το διάστημα που διανύει κατά τη διάρκεια του τελευταίου δευτερόλεπτου της κίνησής του
- τη μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα από 0 έως 15 s.

(Απ: 2 m/s^2 , 150 m , 1 m , 10 m/s)

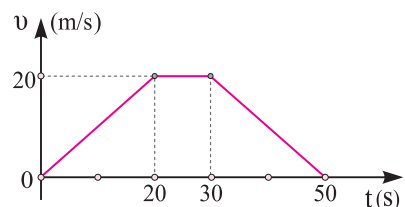
- 111.** Ένα αυτοκίνητο το οποίο βρίσκεται ακίνητο σε ευθύγραμμο δρόμο, τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση 4 m/s^2 . Τη χρονική στιγμή $t_1=5\text{ s}$ επιβραδύνεται με σταθερό ρυθμό μείωσης της ταχύτητας και σταματά τη χρονική στιγμή $t_2=15\text{ s}$. Να βρείτε:

- το μέτρο του σταθερού ρυθμού μείωσης της ταχύτητας του αυτοκινήτου
- το συνολικό διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο
- τη μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα από 0 έως 15 s.

(Απ: 2 m/s^2 , 150 m , 10 m/s)

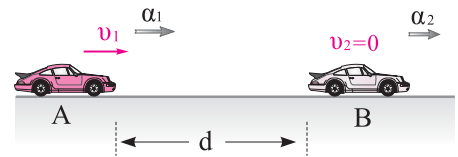
- 112.** Το διπλανό διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου αναφέρεται στην ευθύγραμμη κίνηση ενός σώματος.

- Να βρείτε τη χρονική στιγμή που η μετατόπιση του σώματος είναι 400 m .
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου.
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα διαστήματος – χρόνου.
- Πόση είναι η μέση ταχύτητα του σώματος για το χρονικό διάστημα από 10–50 s.



(Απ: 30 s , $13,75\text{ m/s}$)

113. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το κινητό (A) έχει ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$ και επιτάχυνση $\alpha_1=4\text{m/s}^2$, ενώ το κινητό (B) ξεκινά με επιτάχυνση $\alpha_2=2\text{m/s}^2$, όπως στο σχήμα. Αν το μπροστινό τμήμα του αυτοκινήτου (A) απέχει από το πίσω μέρος του αυτοκινήτου (B) απόσταση $d=120\text{m}$, να βρείτε:



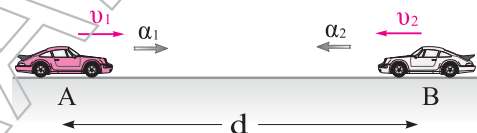
- τη χρονική στιγμή που θα συναντηθούν τα δύο κινητά
- την ταχύτητα κάθε κινητού τη στιγμή της συνάντησης
- το διάστημα που διανύει κάθε κινητό μέχρι τη στιγμή της συνάντησης.

(Απ: 10 s , 20 m/s , 42 m/s , 220 m , 100 m)

114. Δύο αυτοκίνητα A και B ξεκινούν ταυτόχρονα από την αφετηρία και φθάνουν ταυτόχρονα στον προορισμό τους μετά από χρόνο $t=300\text{s}$. Το αυτοκίνητο A διανύει το πρώτο μισό της διαδρομής του με ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$ και το άλλο μισό με ταχύτητα $v_2=20\text{m/s}$. Το αυτοκίνητο B ξεκίνησε από την ηρεμία κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση. Να βρείτε τις χρονικές στιγμές που τα δύο αυτοκίνητα έχουν ταχύτητες ίδιου μέτρου.

(Απ: $112,5\text{ s}$, 225 s)

115. Τα αυτοκίνητα (A), (B) κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το αυτοκίνητο (A) διέρχεται από τη θέση $x_A=10\text{m}$ με ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$ και επιτάχυνση α_1 , ενώ το κινητό (B) διέρχεται από τη θέση x_B με ταχύτητα $v_2=-20\text{m/s}$ και επιτάχυνση $\alpha_2=-4\text{m/s}^2$.



Αν τα αυτοκίνητα συναντηθούν στη θέση $x=66\text{m}$ τη χρονική στιγμή $t=4\text{s}$, να βρείτε:

- την επιτάχυνση του αυτοκινήτου (A)
- την απόσταση μεταξύ των αυτοκινήτων τη χρονική στιγμή $t_0=0$
- τη θέση του αυτοκινήτου (B) τη χρονική στιγμή $t_0=0$.

(Απ: 2 m/s^2 , 234 m , 178 m)

116. Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου 30m/s . Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ο οδηγός αντιλαμβάνεται ένα εμπόδιο στη μέση του δρόμου σε απόσταση 92m . Ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού είναι $0,4\text{s}$ και ο ρυθμός μείωσης της ταχύτητας που αποκτά το αυτοκίνητο κατά το φρενάρισμα είναι 5m/s^2 . Να βρείτε:

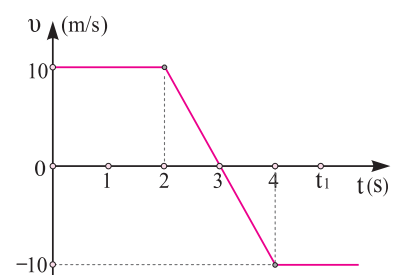
- το χρόνο που χρειάζεται το αυτοκίνητο για να σταματήσει από τη στιγμή που ο οδηγός πατά το φρένο
- τη χρονική στιγμή της σύγκρουσης του αυτοκινήτου με το εμπόδιο
- την ταχύτητα με την οποία κτυπά το αυτοκίνητο στο εμπόδιο.

(Απ: 6 s , $4,4\text{ s}$, 10 m/s)

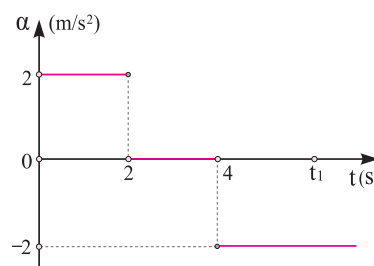
117. Το διπλανό διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου αναφέρεται στην ευθύγραμμη κίνηση ενός σώματος που τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχεται από τη θέση $x_0=-5\text{m}$.

- Ποια η θέση του στις χρονικές στιγμές 2s και 5s .
- Ποια χρονική στιγμή t_1 περνά από τη θέση $x=0$.
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα θέσης – χρόνου για το χρονικό διάστημα $0-t_1$.

(Απ: 15 m , 5 m , $5,5\text{ s}$)



- 118.** Το διπλανό διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου αναφέρεται στην ευθύγραμμη κίνηση ενός σώματος. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχεται από τη θέση $x_0=10\text{m}$ με ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$.



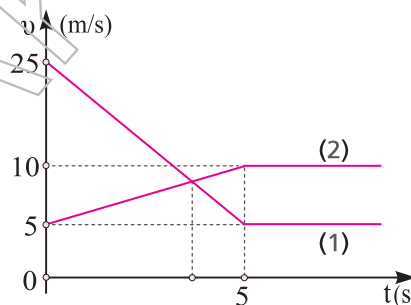
- α. Να περιγράψετε την κίνησή του έως τη χρονική στιγμή t_1 όπου η ταχύτητά του γίνεται πάλι ίση με την v_0
 β. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1
 γ. Να υπολογίσετε την t_2 όπου $v=0$.

(Απ: 6s , 11s)

- 119.** Δύο αυτοκίνητα κινούνται στην ίδια ευθεία με την ίδια φορά. Το αυτοκίνητο Α προηγείται με ταχύτητα $v_A=10\text{m/s}$ και το αυτοκίνητο Β βρίσκεται πίσω από το Α κινούμενο με ταχύτητα $v_B=30\text{m/s}$. Με τις ταχύτητες αυτές, κάποτε τα δύο αυτοκίνητα θα συγκρουστούν. Ο οδηγός του αυτοκινήτου Β, μόλις τα δύο αυτοκίνητα απέχουν 1200m, πατάει φρένο ώστε να προκαλέσει επιβράδυνση στο αυτοκίνητό του και μόλις να αποφύγει τη σύγκρουση με το Α. Να βρεθεί το μέτρο της επιβράδυνσης του αυτοκινήτου Β.

(Απ: $1/6\text{ m/s}^2$)

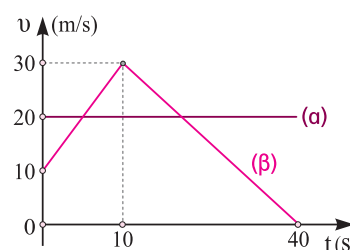
- 120.** Το διπλανό διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου αναφέρεται στην κίνηση δύο αυτοκινήτων επάνω σε ευθύγραμμο δρόμο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχονται από τη θέση $x_0=-2\text{m}$:



- α. Να περιγράψετε την κίνησή τους
 β. Να βρείτε ποια χρονική στιγμή έχουν ίδιο μέτρο ταχύτητας
 γ. Να βρείτε τη θέση τους τη χρονική στιγμή που έχουν ταχύτητες ίδιου μέτρου
 δ. Να υπολογίσετε τη μεταξύ τους απόσταση τη χρονική στιγμή $t=5\text{s}$.

(Απ: 4s , 66m , 26m , 37,5m)

- 121.** Το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου αναφέρεται στην κίνηση δύο αυτοκινήτων που κινούνται επάνω στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο. Αν τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχονται από τη θέση $x_0=0$, να βρείτε:



- α. τις χρονικές στιγμές που έχουν ίσες ταχύτητες
 β. τη θέση τους τη στιγμή που έχουν για πρώτη φορά ταχύτητες ίδιου μέτρου
 γ. τη θέση που διασταυρώνονται για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t_0=0$
 δ. τη μεταξύ τους απόσταση τη χρονική στιγμή $t=40\text{s}$.

(Απ: 5s , 20s , 75m , 100m , 150m)

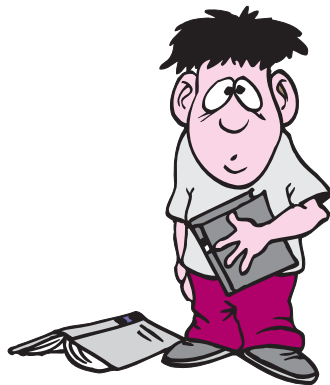
- 122.** Δύο αυτοκίνητα κινούνται ομόρροπα στον ίδιο δρόμο. Το προπορευόμενο αυτοκίνητο έχει ταχύτητα $v_1=5\text{m/s}$ και το άλλο αυτοκίνητο έχει ταχύτητα $v_2=20\text{m/s}$. Τα αυτοκίνητα κάποια χρονική στιγμή απέχουν κατά $\Delta x=22,5\text{m}$. Τότε το προπορευόμενο αυτοκίνητο πατάει γκάζι για να επιταχύνει με $\alpha_1=4\text{m/s}^2$ ενώ το άλλο πατάει φρένο για να δημιουργήσει σταθερή επιβράδυνση α_2 . Ετσι αποφεύγεται η σύγκρουση. Να βρείτε το μέτρο της επιβράδυνσης α_2 .

(Απ: 1m/s^2)

- 123.** Δύο αυτοκίνητα **A** και **B** απέχουν απόσταση $AB=100\text{m}$ μεταξύ τους. Τη χρονική στιγμή $t=0$, ξεκινάνε μαζί κινούμενα ομόρροπα χωρίς αρχική ταχύτητα με επιταχύνσεις $\alpha_1=1\text{m/s}^2$ και $\alpha_2=3\text{m/s}^2$. Την ίδια χρονική στιγμή, μια μύγα ξεκινάει χωρίς αρχική ταχύτητα πετώντας από το αυτοκίνητο **A** στο **B** και από το **B** στο **A** συνεχόμενα μέχρι να συνθλιβεί ανάμεσα στα αυτοκίνητα. Η επιτάχυνση της μύγας είναι $\alpha_\mu=5\text{m/s}^2$. Να βρείτε :
- το ολικό διάστημα που θα διατρέξει η μύγα μέχρι να συνθλιβεί.
 - το ολικό διάστημα που θα διατρέξει η μύγα μέχρι να συνθλιβεί αν τα αυτοκίνητα κινούνται αντίρροπα.

(Απ: 250m , 125m)

ΔΙΚΑΙΟΥΓΛΑΦΟΝ



1.2 Δυναμική σε μια διάσταση

Θέματα θεωρίας

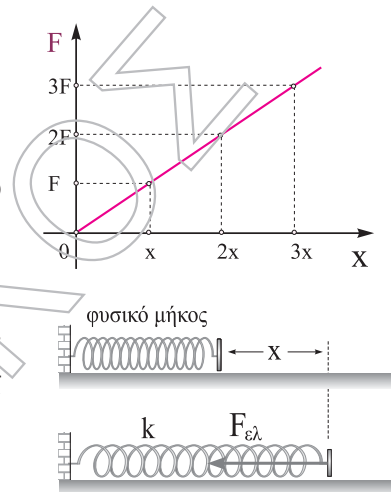
1. Νόμος του Hooke:

$$F_{ελ} = -k \cdot x$$

όπου k είναι η σταθερά του ελατηρίου (μετριέται σε N/m)
 x είναι η επιμήκυνση (ή συσπίρωση) από το φυσικό μήκος του ελατηρίου.

Διατύπωση του νόμου:

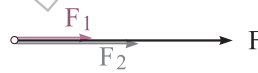
Οι παραμορφώσεις που παρουσιάζονται στα ιδανικά ελατήρια είναι ανάλογες των δυνάμεων που εφαρμόζονται σε αυτά.



2. Σύνθεση συγγραμικών δυνάμεων.

α. Ομόρροπες δυνάμεις

$$F = F_1 + F_2$$



β. Αντίρροπες δυνάμεις

$$F = F_1 - F_2$$



3. 1ος νόμος του Νεύτωνα.

Όταν σε ένα σώμα δεν εξασκούνται δυνάμεις ή η συνισταμένη τους είναι μηδέν, τότε το σώμα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά ή είναι ακίνητο.

Συμπεράσματα του 1ου νόμου.

- Η ακινησία και η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση θεωρούνται ισοδύναμες καταστάσεις.
- Ο 1ος νόμος είναι παγκόσμιος. Ισχύει για όλα το σύμπαν.
- Όταν ασκείται δύναμη σε ένα σώμα, τότε σε αυτό υπάρχει μεταβολή της ταχύτητάς του.
- Όταν ένα σώμα δεν κινείται ευθύγραμμα, τότε ασκείται σε αυτό δύναμη.
- Ο 1ος νόμος εισάγει την έννοια της αδράνειας. Τα σώματα έχουν τη τάση να διατηρούν την κατάσταση στην οποία βρίσκονται.

4. 2ος νόμος του Νεύτωνα.

Όταν σε σώμα ασκηθεί μια δύναμη, τότε το σώμα αυτό επιταχύνεται και η επιτάχυνση που αποκτάει είναι ανάλογη της ασκούμενης δύναμης και έχει την ίδια διεύθυνση και φορά της.

Η μαθηματική διατύπωση της παραπάνω πρότασης είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{\alpha}$$

όπου $\Sigma \vec{F}$ είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

Σχόλιο: Με την παραπάνω μαθηματική σχέση που ονομάζεται και "θεμελιώδης νόμος της δυναμικής" ο Νεύτωνας έδειξε την σχέση ανάμεσα στο "αίτιο" (δύναμη) και στο "αποτέλεσμα" (επιτάχυνση).

5. Μονάδα μέτρησης δύναμης.

Το 1 Newton ή 1N (στο S.I.)

Θέτουμε στη σχέση $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{\alpha}$ όπου $m = 1\text{kg}$ και $\alpha = 1\text{m/s}^2$, και έχουμε $\Sigma F = 1\text{N}$.

1N είναι η δύναμη που ασκείται σε σώμα μάζας $m = 1\text{kg}$ και του προσδίδει επιτάχυνση $\alpha = 1\text{m/s}^2$

Διερεύνηση του 2ου νόμου.

Από την σχέση $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{\alpha}$ μπορούν να βγούν τα εξής συμπεράσματα.

- αν $\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{\alpha} = 0 \Rightarrow \vec{v}_{\text{αρχ}} = \vec{v}_{\text{τελ}}$, (ευθύγραμμη ομαλή κίνηση)
- αν $\Sigma \vec{F} \neq 0 \Rightarrow \vec{\alpha} \neq 0 \Rightarrow \vec{v}_{\text{αρχ}} \neq \vec{v}_{\text{τελ}}$, (κίνηση μη ομαλά επιταχυνόμενη)
- αν $\Sigma \vec{F} = \text{σταθ.} \Rightarrow \vec{\alpha} = \text{σταθ.}$, (κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη)

Συμπεράσματα του 2ου νόμου.

- Η επιτάχυνση ενός σώματος εξαρτάται και από την ασκούμενη σε αυτό δύναμη και από την μάζα του.
- Όταν ασκηθεί συνισταμένη δύναμη σε ένα σώμα, τότε η κινητική του κατάσταση θα μεταβληθεί.
- Υπάρχει σύνδεση ανάμεσα στο αίτιο (δύναμη) και στο αποτέλεσμα (επιτάχυνση).
- Ο 2ος νόμος εξηγεί τη μεταβολή της κινητικής κατάστασης του σώματος.

Σχόλιο: Με τον 2ο νόμο μπορούμε να προβλέψουμε τη μελλοντική κίνηση ενός σώματος αρκεί να γνωρίζουμε για μια χρονική στιγμή τη θέση του, την ταχύτητά του, τη μάζα του και πώς επιδρά το περιβάλλον σε αυτό.

6. Ορισμός και μέτρηση της "αδρανειακής μάζας".

Από τον 2ο νόμο, μπορούμε να ορίσουμε την αδρανειακή μάζα ενός σώματος ως εξής:

$$m = \frac{\Sigma \vec{F}}{\vec{\alpha}} \text{ αδρανειακή μάζα σώματος}$$

Αδρανειακή μάζα σώματος είναι το πηλίκο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα προς την επιτάχυνση που αυτό αποκτάει.

Σχόλιο: Η ονομασία "αδρανειακή" μάζα οφείλεται στον τρόπο μέτρησής της. Ασκούμε δύναμη σε σώμα και αυτό επιταχύνεται. Το πηλίκο της ασκούμενης δύναμης προς την επιτάχυνση μας δίνει το μέγεθος της αδράνειας του σώματος.

7. Ορισμός και μέτρηση της "βαρυτικής μάζας". Βάρος σώματος.

Αν αφήσουμε ένα σώμα στο κάποιο ύψος (στο κενό), αυτή θα εκτελέσει ελεύθερη πτώση. Η δύναμη που ασκείται από τη γή είναι ελκτική και ονομάζεται βάρος του σώματος, η δε μάζα που έλκεται από τη γη ονομάζεται "βαρυτική" μάζα.

Βαρυτική μάζα είναι η ποσότητα της ύλης που έλκεται από τη γη ή από κάποια άλλη μάζα.

Γνωρίζοντας την επιτάχυνση βαρύτητας στην περιοχή, μπορούμε να υπολογίσουμε τη μάζα του σώματος χρησιμοποιώντας τον 2ο νόμο του Νεύτωνα.

$$F = m \cdot a \quad \text{ή} \quad B = m \cdot g, \quad \text{Βάρος σώματος}$$

Μπορούμε να συγκρίνουμε δύο μάζες, χρησιμοποιώντας το ζυγό (ζυγαριά). Αν για παράδειγμα δύο σώματα έχουν ίδιο βάρος ($B_1 = B_2$) και βρίσκονται στον ίδιο τόπο, τότε οι μάζες τους θα είναι ίσες.

$$m_1 = \frac{B_1}{g}, \quad m_2 = \frac{B_2}{g} \quad (\text{αν } B_1 = B_2, \quad m_1 = m_2)$$

Εκμεταλλευόμαστε το παραπάνω γεγονός τοποθετώντας στη ζυγαριά από τη μια μεριά της πλάστιγγας την άγνωστη μάζα και από την άλλη μεριά τα γνωστά βάρη. Όταν ο ζυγός θα ισορροπήσει, τα βάρη και οι μάζες των σωμάτων θα είναι ίσα.

Η βαρυτική μάζα μετριέται με τον ισοσκελή ζυγό.

Σχόλιο: Πειράματα μεγάλης ακρίβειας έχουν δείξει ότι η βαρυτική και η αδρανειακή μάζα είναι απόλυτα ίσες. Μην ξεχνάτε ότι ορίζονται με διαφορετικό τρόπο αφού, η αδρανειακή μάζα υπολογίζεται από την επιτάχυνση που αποκτάει ένα σώμα αν σε αυτό ασκηθεί δύναμη, ενώ η βαρυτική μάζα υπολογίζεται με τη μέτρηση στον ισοσκελή ζυγό. Το αποτέλεσμα όμως είναι το ίδιο.

8. Ελεύθερη πτώση και εξισώσεις ελεύθερης πτώσης.

Όλα τα σώματα που κινούνται στο βαρυτικό πεδίο της γής, έλκονται από τη γή με την ίδια επιτάχυνση που λέγεται επιτάχυνση βαρύτητας g με μέτρο 9.81 m/s^2 . Η διεύθυνση της επιτάχυνσης είναι κατακόρυφη και η φορά της προς το κέντρο της γής ".

Ελεύθερη πτώση εκτελεί ένα σώμα όταν αφήνεται να πέσει ελεύθερα (χωρίς αρχική ταχύτητα) από κάποιο ύψος κοντά στην επιφάνεια της γής. Το σώμα αυτό έλκεται από τη γή και οι εξισώσεις κίνησής του δεν διαφέρουν από τις εξισώσεις της ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης. Επειδή το σώμα κινείται κατακόρυφα (διεύθυνση του βάρους), θεωρούμε την επιτάχυνση του σώματος $a = g$.

Οι εξισώσεις ελεύθερης πτώσης είναι:

$$y = \frac{1}{2} g t^2, \quad v = g \cdot t$$

9. Κατακόρυφη βολή

Αν τη χρονική στιγμή που αφήσουμε το σώμα του δώσουμε αρχική ταχύτητα v_0 σε κατακόρυφη διεύθυνση, τότε το σώμα θα εκτελέσει κάτω από την επίδραση του βάρους του κατακόρυφη τροχιά η οποία λέγεται **κατακόρυφη βολή**.

Μέγιστο ύψος

Θεωρούμε ότι η ταχύτητα του σώματος έχει θετική φορά όταν το σώμα ανεβαίνει.

Οι εξισώσεις κίνησης είναι: $v = v_0 - g \cdot t$ (1), $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ (2)

Στο σημείο Γ η ταχύτητα είναι μηδέν ($v_\Gamma = 0$). Από την (1) σχέση έχουμε:

$$0 = v_0 - g \cdot t_{\alpha\nu} \quad \text{ή} \quad t_{\alpha\nu} = \frac{v_0}{g} \quad , \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας όπου $t = t_{\alpha\nu}$ στη σχέση (2) έχουμε:

$$y = h_{\max} = v_0 \left(\frac{v_0}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g} \right)^2 \quad \text{ή} \quad h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} \quad , \quad (4)$$

Το h_{\max} είναι το μέγιστο ύψος που θα φθάσει το σώμα (κατακόρυφη απόσταση ΑΓ).

Ολικός χρόνος κίνησης

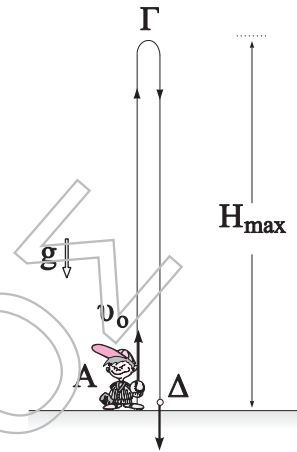
Αντικαθιστούμε στη σχέση (2) όπου $y=0$, γιατί όταν το σώμα επιστρέφει στο σημείο βολής, η η μετατόπισή του είναι μηδέν.

$$0 = v_0 \cdot t_{\text{ολ}} - \frac{1}{2} g \cdot t_{\text{ολ}}^2 \quad \text{ή} \quad t_{\text{ολ}} = \frac{2v_0}{g} \quad , \quad (5)$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (3) και (5) παρατηρούμε ότι ο ολικός χρόνος κίνησης $t_{\text{ολ}}$ είναι διπλάσιος του χρόνου ανόδου. Αυτό σημαίνει ότι ο χρόνος ανόδου ισούται με τον χρόνο καθόδου. Αν αντικαταστήσουμε στην εξίσωση ταχύτητας όπου $t = t_{\text{ολ}}$ θα έχουμε:

$$v_\Delta = v_0 - g \frac{2v_0}{g} \quad \text{ή} \quad v_\Delta = -v_0$$

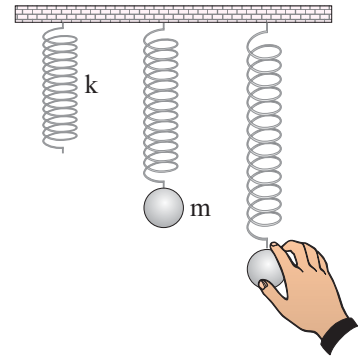
Η ταχύτητα καθόδου είναι σε μέτρο ίση με την ταχύτητα ανόδου.



Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

- 10.** Σε κατακόρυφο ελατήριο κρεμάμε ένα σώμα βάρους 20N. Αν το ελατήριο επιμηκυνθεί κατά 4cm, τότε η σταθερά του ελατηρίου είναι
- α. 50 N/m β. 80 N/m γ. 20 N/m δ. 500 N/m
- 11.** Όταν σε κατακόρυφο ελατήριο κρεμάσουμε σώμα βάρους 10N, τότε το ελατήριο επιμηκύνεται κατά 2cm. Αν στο ίδιο ελατήριο κρεμάσουμε άλλο σώμα βάρους 30N, τότε το ελατήριο επιμηκύνεται κατά
- α. 4 cm β. 3 cm γ. 6 cm δ. 9 cm

- 12.** Το κατακόρυφο ελατήριο του σχήματος έχει φυσικό μήκος 80 cm και σταθερά 100N/m. Το σώμα βάρους 10N ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο του ελατηρίου με το πάνω άκρο του να είναι δεμένο στην οροφή. Εκτρέπουμε κατακόρυφα το σώμα προς τα κάτω κατά 10 cm.



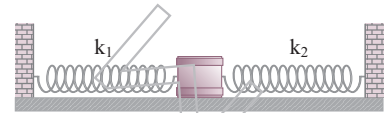
A. Η απόσταση του σώματος από την οροφή είναι:

- α. 80cm β. 90cm γ. 100cm δ. 120cm

B. Η δύναμη του ελατηρίου έχει μέτρο

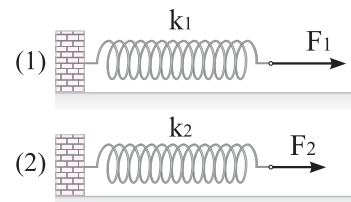
- α. 10N β. 20N γ. 40N δ. 80N

- 13.** Το σώμα του σχήματος ισορροπεί δεμένο στα άκρα των δύο ελατηρίων που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος. Μετακινούμε το σώμα προς τα δεξιά και το κρατάμε ακίνητο.



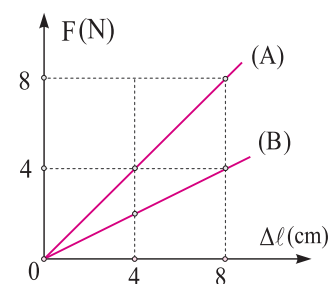
- α. Οι δυνάμεις των ελατηρίων θα είναι ομόρροπες και με φορά προς τα δεξιά.
 β. Οι δυνάμεις των ελατηρίων θα είναι ομόρροπες και με φορά προς τα αριστερά.
 γ. Η δύναμη από το ελατήριο σταθεράς k_1 θα έχει φορά προς τα δεξιά και από το ελατήριο σταθεράς k_2 θα έχει φορά προς τα αριστερά.
 δ. Η δύναμη από το ελατήριο σταθεράς k_1 θα έχει φορά προς τα αριστερά και από το ελατήριο σταθεράς k_2 θα έχει φορά προς τα δεξιά.

- 14.** Στο διπλανό σχήμα τα ελατήρια έχουν το ίδιο μήκος και για τις σταθερές k_1 , k_2 ισχύει η σχέση $k_1=2k_2$. Όταν στα ελατήρια ασκούνται δυνάμεις μέτρου F_1 και F_2 όπου $F_1=2F_2$, τότε για τις επιμηκύνσεις $\Delta l_1, \Delta l_2$ αντίστοιχα ισχύει η σχέση:



- α. $\Delta l_1=2\Delta l_2$ β. $\Delta l_2=2\Delta l_1$
 γ. $\Delta l_1=4\Delta l_2$ δ. $\Delta l_1=\Delta l_2$

- 15.** Το διπλανό διάγραμμα δύναμης – παραμόρφωσης αναφέρεται σε δυο ελατήρια (A), (B). Οι σταθερές των ελατηρίων είναι:



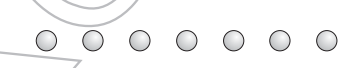

- α. $k_A=100\text{N/m}$ και $k_B=50\text{N/m}$
 β. $k_A=50\text{N/m}$ και $k_B=100\text{N/m}$
 γ. $k_A=100\text{N/m}$ και $k_B=200\text{N/m}$
 δ. $k_A=200\text{N/m}$ και $k_B=100\text{N/m}$.

- 16.** Η μονάδα 1N ισούται με:

- α. $1\text{kg}\cdot\text{m/s}$ β. $1\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$ γ. $1\text{kg}\cdot\text{m}$ δ. $1\text{kg}\cdot\text{s}^2/\text{m}$.

- 17.** Δύο δυνάμεις 6N και 2N ασκούνται στο ίδιο σώμα. Η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο

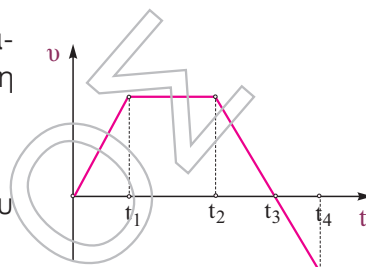
- α. 8N β. 4N
 γ. 12N δ. Τα στοιχεία δεν επαρκούν για να απαντήσω.

- 18.** Όταν ένα σώμα ισορροπεί, η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται είναι:
 α. θετική, β. αρνητική,
 γ. μηδέν, δ. διάφορη του μηδενός.
- 19.** Ένα σώμα παύει να επιταχύνεται όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σ' αυτό:
 α. γίνει μηδέν
 β. πάρει την πιο μικρή τιμή της
 γ. πάρει την πιο μεγάλη τιμή της
 δ. γίνει αντίρροπη της ταχύτητάς του.
- 20.** Ένα σώμα επιταχύνεται ομαλά όταν η δύναμη η οποία το επιταχύνει:
 α. είναι μηδενική,
 β. αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο
 γ. είναι ανάλογη του διαστήματος που διανύει το σώμα
 δ. είναι σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση.
- 21.** Στο σχήμα παριστάνεται η στροβοσκοπική φωτογραφία μιας μπάλας σε ίσα χρονικά διαστήματα. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στην μπάλα βλέπουμε ότι:
 α. έχει φορά προς τα δεξιά.
 β. έχει φορά προς τα αριστερά
 γ. είναι μηδέν
 δ. δεν μπορεί να προσδιοριστεί η κατεύθυνσή της γιατί λείπουν στοιχεία.
- 
- 22.** Στο σχήμα παριστάνεται η στροβοσκοπική φωτογραφία μιας μπάλας σε ίσα χρονικά διαστήματα. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στην μπάλα βλέπουμε ότι:
 α. έχει φορά προς τα δεξιά.
 β. έχει φορά προς τα αριστερά
 γ. είναι μηδέν
 δ. δεν μπορεί να προσδιοριστεί η κατεύθυνσή της γιατί λείπουν στοιχεία.
- 
- 23.** Ένα σώμα κινείται με επιτάχυνση 10 m/s^2 . Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το σώμα ήταν διπλάσια, η επιτάχυνση θα ήταν:
 α. 5 m/s^2 β. 10 m/s^2 γ. 15 m/s^2 δ. 20 m/s^2
- 24.** Ένα σώμα κινείται με επιτάχυνση 10 m/s^2 . Αν η μάζα του σώματος ήταν διπλάσια, η επιτάχυνση θα ήταν:
 α. 5 m/s^2 β. 10 m/s^2 γ. 15 m/s^2 δ. 20 m/s^2
- 25.** Ένα σώμα κινείται με επιτάχυνση 10 m/s^2 . Αν η μάζα του σώματος ήταν διπλάσια και η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το σώμα ήταν διπλάσια επίσης, η επιτάχυνση θα ήταν:
 α. 5 m/s^2 β. 10 m/s^2 γ. 15 m/s^2 δ. 20 m/s^2

26. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης που αποκτά ένα σώμα σε συνάρτηση με τη συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται παριστάνεται με ευθεία
- παράλληλη στον άξονα της επιτάχυνσης,
 - που περνά από την αρχή των αξόνων,
 - παράλληλη στον άξονα της συνισταμένης δύναμης,
 - που τέμνει κάθετα τον άξονα της συνισταμένης δύναμης.

27. 30 δυνάμεις ισορροπούν. Αν η 1^η από αυτές έχει μέτρο 5N τότε η συνισταμένη όλων των υπολοίπων έχει μέτρο:
- α. 1N β. 5N γ. 25N δ. 30N

28. Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνεται η ταχύτητα ενός σώματος που κινείται στον άξονα x'x σε συνάρτηση με το χρόνο. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στην αφετηρία.



- Το σώμα κινείται πάντα προς τη θετική φορά του άξονα.
 - Στη χρονική διάρκεια t_1-t_2 η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μηδενική.
 - Τη χρονική στιγμή t_3 το σώμα διέρχεται από την αφετηρία.
 - Στη χρονική διάρκεια t_2-t_4 το σώμα επιστρέφει προς την αφετηρία.
29. Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής $F = m \cdot a$ δεν ισχύει
- όταν υπάρχουν τριβές
 - στην περίπτωση της κίνησης των πλανητών
 - όταν η ταχύτητα του σώματος πλησιάζει αυτήν της ταχύτητας του φωτός
 - όταν το σώμα είναι ακίνητο

30. Η αδρανειακή μάζα ορίζεται από
- το νόμο της αδράνειας
 - το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής
 - την ποσότητα της ύλης ενός σώματος
 - τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα

31. Η επιτάχυνση με την οποία κινείται ένα σώμα
- είναι ανάλογη με τη μάζα του σώματος.
 - είναι ανάλογη με τη συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το σώμα.
 - δεν εξαρτάται από τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
 - δεν εξαρτάται από τη μάζα του σώματος.

32. Η ταχύτητα ενός σώματος είναι σταθερή σε τιμή και κατεύθυνση όταν η συνολική δύναμη που ενεργεί σ' αυτό
- είναι σταθερή σε τιμή και κατεύθυνση
 - είναι μηδενική
 - αυξάνει με σταθερό ρυθμό
 - είναι ανάλογη του διαστήματος που διανύει το σώμα.

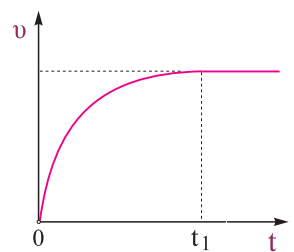
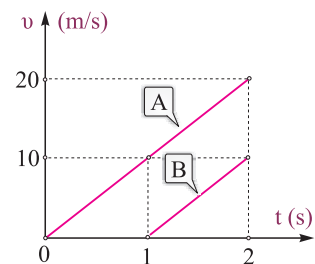
- 33.** Η μάζα ενός σώματος
 α. εξαρτάται από τη δύναμη που ασκείται στο σώμα
 β. εξαρτάται από την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα
 γ. εξαρτάται από το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα από την επιφάνεια της Γης
 δ. έχει πάντοτε την ίδια τιμή.
- 34.** Το βάρος ενός σώματος
 α. δεν εξαρτάται από το βαρυτικό πεδίο
 β. εξαρτάται από την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα
 γ. εξαρτάται από το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα από την επιφάνεια της Γης
 δ. έχει πάντοτε την ίδια τιμή.
- 35.** Δύο σώματα A και B εκτοξεύονται από το ίδιο σημείο κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχικές ταχύτητες $v_A=10\text{m/s}$ και $v_B=20\text{m/s}$ αντίστοιχα. Αν τα μέγιστα ύψη των σωμάτων A και B είναι h_A και h_B αντίστοιχα, ο λόγος των μέγιστων υψών τους είναι
 α. $\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{2}$ β. $\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{4}$ γ. $\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{8}$ δ. $\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{16}$
- 36.** Δύο σώματα A και B εκτοξεύονται από το ίδιο σημείο κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχικές ταχύτητες $v_A=10\text{m/s}$ και $v_B=20\text{m/s}$ αντίστοιχα. Αν οι χρόνοι κίνησής τους μέχρι να ξαναγυρίσουν στο σημείο εκτόξευσης είναι t_A και t_B αντίστοιχα, τότε:
 α. $\frac{t_A}{t_B} = \frac{1}{2}$ β. $\frac{t_A}{t_B} = \frac{1}{4}$ γ. $\frac{t_A}{t_B} = \frac{1}{8}$ δ. $\frac{t_A}{t_B} = \frac{1}{16}$
- 37.** Η μάζα και το βάρος ενός σώματος, όταν αυτό βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης είναι m_Γ και B_Γ ενώ, όταν το σώμα βρίσκεται στην επιφάνεια της Σελήνης είναι m_Σ και B_Σ αντίστοιχα. Από τις παρακάτω σχέσεις μεταξύ των μαζών και των βαρών, σωστή είναι
 α. $m_\Gamma = m_\Sigma$ και $B_\Gamma = B_\Sigma$ β. $m_\Gamma > m_\Sigma$ και $B_\Gamma = B_\Sigma$
 γ. $m_\Gamma = m_\Sigma$ και $B_\Gamma > B_\Sigma$ δ. $m_\Gamma > m_\Sigma$ και $B_\Gamma > B_\Sigma$
- 38.** Από ύψος 20m αφήνουμε να πέσει ένα σώμα. Μετά από 1s αφήνουμε από το ίδιο ύψος να πέσει ένα δεύτερο σώμα διπλάσιας μάζας. Αν τα σώματα κινούνται στο βαρυτικό πεδίο της Γης με επιτάχυνση 10m/s^2 , μόλις το πρώτο φτάσει στο έδαφος, το άλλο θα απέχει από το έδαφος
 α. 5m β. 10m γ. 15m δ. 20m
- 39.** Το όργανο μέτρησης του βάρους ενός σώματος είναι
 α. το βαρόμετρο, β. η ζυγαριά,
 γ. το δυναμόμετρο, δ. ο αδρανειακός ζυγός.

Ερωτήσεις σωστού - λάθους

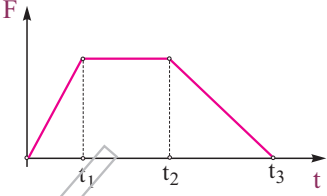
- 40.** Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές και ποιές λανθασμένες;
- α. Ο νόμος του Hooke αναφέρεται τόσο σε ελαστικές όσο και σε ανελαστικές παραμορφώσεις.
 - β. Η γραφική παράσταση του μέτρου μιας δύναμης, η οποία επιμηκύνει ένα ελατήριο, σε συνάρτηση με την επιμήκυνση του ελατηρίου, είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
 - γ. Το μέτρο μιας δύναμης η οποία επιμηκύνει ένα ελατήριο είναι ανάλογο του μήκους του ελατηρίου.
 - δ. Η κλίση της γραφικής παράστασης σε άξονες δύναμης - παραμόρφωσης είναι ίση με την τιμή της σταθεράς k του ελατηρίου.
- 41.** Ένα σώμα ισορροπεί υπό την επίδραση δύο δυνάμεων. Οι δυνάμεις αυτές:
- α. είναι συγγραμικές, β. είναι ομόρροπες,
 - γ. είναι αντίθετες, δ. έχουν το ίδιο μέτρο.
- 42.** Η συνισταμένη δύο αντίρροπων δυνάμεων έχει:
- α. ίδια διεύθυνση με τη μεγάλη δύναμη,
 - β. ίδια φορά με τη μεγάλη δύναμη,
 - γ. ίδια διεύθυνση με τη μικρή δύναμη,
 - δ. ίδια φορά με τη μικρή δύναμη.
- 43.** Το διάγραμμα της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' ένα σώμα σε συνάρτηση με την επιτάχυνση του σώματος παριστάνεται με ευθεία:
- α. παράλληλη στον άξονα της επιτάχυνσης,
 - β. παράλληλη στον άξονα της συνισταμένης δύναμης,
 - γ. η οποία περνά από την αρχή των αξόνων,
 - δ. της οποίας η κλίση ισούται αριθμητικά με τη μάζα του σώματος.
- 44.** Σ' ένα σώμα που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται μία σταθερή οριζόντια δύναμη.
- α. Το σώμα θα κινείται με σταθερή ταχύτητα.
 - β. Το σώμα θα κινείται με σταθερή επιτάχυνση.
 - γ. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος θα είναι σταθερός.
 - δ. Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του σώματος θα είναι σταθερός.
- 45.** Για την αδράνεια γνωρίζουμε ότι:
- α. το μέτρο της αδράνειας ενός σώματος είναι η αδρανειακή του μάζα.
 - β. δεν υπάρχει φυσικό μέγεθος που να μετρά την αδράνεια.
 - γ. όταν σ' ένα σώμα ασκείται συνισταμένη δύναμη διάφορη του μηδενός, τότε η αδράνεια εκδηλώνεται σαν μια "αντίσταση" στη μεταβολή της ταχύτητάς του.
 - δ. όταν ένα σώμα βρίσκεται στο νερό, έχει μικρότερη αδρανειακή μάζα από αυτήν που έχει όταν βρίσκεται στον αέρα.
 - ε. Η αδράνεια είναι ιδιότητα χαρακτηριστική μόνο των στερεών σωμάτων.

46. Σ' ένα σώμα ασκείται δύναμη. Η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα:
- είναι αντίστροφα ανάλογη με τη μάζα του σώματος, αν η δύναμη είναι σταθερή,
 - είναι ανάλογη της δύναμης που δέχεται το σώμα,
 - είναι ανάλογη με το γινόμενο της μάζας του σώματος και με τη συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το σώμα.
 - δεν εξαρτάται από τη μάζα του σώματος.
47. Η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα και η συνισταμένη των δυνάμεων που την προκαλεί έχουν:
- ίδια διεύθυνση
 - ίδια φορά
 - ίδια κατεύθυνση
 - ίδιο μέτρο.
48. Όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται ένα σώμα είναι ίση με το μηδέν τότε το σώμα μπορεί:
- να είναι συνέχεια ακίνητο,
 - να κινείται ευθύγραμμα ομαλά,
 - να κάνει επιταχυνόμενη κίνηση,
 - να κάνει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
49. Το βάρος ενός σώματος:
- είναι διανυσματικό μέγεθος.
 - μεταβάλλεται από τόπο σε τόπο πάνω στην επιφάνεια της Γης.
 - μεταβάλλεται με το ύψος στο οποίο βρίσκεται από την επιφάνεια της Γης.
 - είναι πάντα σταθερό, σε όποια θέση και αν βρίσκεται το σώμα.
50. Αφήνουμε να πέσουν ταυτόχρονα δύο κέρματα, ένα του ενός ευρώ και ένα των 50 λεπτών. Θεωρούμε ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.
- Τα δύο κέρματα θα πέσουν στο έδαφος ταυτόχρονα.
 - Το κέρμα του ενός ευρώ πέφτει πρώτο, διότι είναι βαρύτερο.
 - Τα δύο κέρματα πέφτουν ταυτόχρονα, διότι στο βαρύτερο ασκείται μεγαλύτερη δύναμη, αλλά αυτό έχει μεγαλύτερη μάζα και η επιτάχυνση $\alpha = F/m = B/m = g = \text{σταθ.}$
 - Το κέρμα των πενήντα λεπτών έχει μεγαλύτερη επιτάχυνση, διότι είναι ελαφρύτερο.
51. Ένα σώμα πέφτει ελεύθερα από ύψος h πάνω από το έδαφος. Οι αντιστάσεις απ' τον αέρα θεωρούνται αμελητέες.
- Το σώμα θα εκτελέσει ομαλή κίνηση.
 - Το σώμα στην αρχή θα έχει επιτάχυνση μηδέν και ταχύτητα μηδέν.
 - Το σώμα κάνει κίνηση ευθύγραμμη με σταθερή επιτάχυνση ίση με $\alpha = g$.
 - Το σώμα κάθε στιγμή βρίσκεται σε ύψος $h = 1/2 gt^2$ πάνω από το έδαφος.
52. Η ελεύθερη πτώση ενός σώματος είναι κίνηση:
- ευθύγραμμη,
 - κατακόρυφη,
 - επιταχυνόμενη,
 - ομαλά επιταχυνόμενη.

- 53.** Όταν ένα σώμα πραγματοποιεί ελεύθερη πτώση:
- η ταχύτητά του μεγαλώνει
 - η επιτάχυνσή του μεγαλώνει
 - η ταχύτητά του παραμένει σταθερή
 - η επιτάχυνσή του παραμένει σταθερή
- 54.** Όταν ένα σώμα πραγματοποιεί ελεύθερη πτώση, η ταχύτητά του και η επιτάχυνσή του:
- έχουν ίδια διεύθυνση,
 - έχουν ίδια φορά,
 - έχουν αντίθετη φορά,
 - έχουν την ίδια κατεύθυνση.
- 55.** Στην ελεύθερη πτώση ενός σώματος σε μικρά ύψη από την επιφάνεια της Γης
- η ταχύτητα είναι σταθερή
 - ο ρυθμός μεταβολής της θέσης είναι σταθερός
 - ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι σταθερός
 - η μετατόπιση του σώματος είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου.
- 56.** Η επιτάχυνση βαρύτητας
- είναι σταθερή σε κάθε σημείο της επιφάνειας της Γης.
 - μειώνεται όσο κατευθυνόμαστε από κάποιο ύψος προς την επιφάνεια της Γης.
 - είναι μεγαλύτερη στον πόλο από ότι στον ισημερινό.
 - θεωρείται σταθερή για μικρά ύψη από την επιφάνεια της Γης.
- 57.** Δύο σώματα **A** και **B** αφήνονται να πέσουν ελεύθερα από κάποιο ύψος. Το σώμα **A** αφήνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ ενώ, το σώμα **B** αφήνεται 1 δευτερόλεπτο αργότερα. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η εξάρτηση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και για τα δύο σώματα. Από το διάγραμμα παρατηρούμε τα εξής:
- Στα σώματα ασκείται δύναμη σταθερού μέτρου.
 - Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας και για τα δύο σώματα είναι ο ίδιος.
 - Για οποιαδήποτε χρονική στιγμή $t > 1s$, αν v_1 και v_2 είναι τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων, τότε ισχύει $v_2 - v_1 = \text{σταθερό}$.
 - τη χρονική στιγμή $t = 2s$, η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι $10m$.

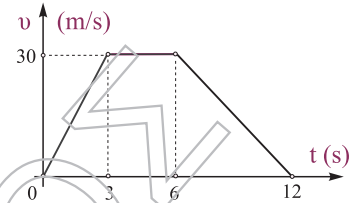


Ερωτήσεις κατανόησης

59. Ένα σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Τι συμπεραίνετε για τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται;
60. Σε ένα αρχικά ακίνητο σώμα που βρίσκεται σε λεία οριζόντια επιφάνεια, ασκείται οριζόντια δύναμη της οποίας η αλγεβρική τιμή μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο διπλανό διάγραμμα.
- 
- α. Η κίνηση του σώματος για το χρονικό διάστημα t_1-t_2 είναι ευθύγραμμη ομαλή.
β. Στο χρονικό διάστημα $0-t_1$ το σώμα επιταχύνεται ομαλά.
γ. Στο χρονικό διάστημα t_2-t_3 η ταχύτητα του σώματος αυξάνεται.
- Να διαλέξετε τις σωστές προτάσεις και να δικαιολογήσετε τους χαρακτηρισμούς.
61. Μια μικρή σφαίρα πέφτει ελεύθερα από το ίδιο ύψος πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας σε περιοχή του Βόρειου Πόλου και σε περιοχή του Ισημερινού. Σε ποια περιοχή και γιατί φτάνει γρηγορότερα στη θάλασσα;
62. Να δικαιολογήσετε γιατί δεν είναι ελεύθερη πτώση η πτώση ενός αλεξιπτωτιστή.
63. Μέσα στην τάξη ένας μαθητής αφήνει να πέσουν από το ίδιο ύψος ταυτόχρονα ένα φύλλο χαρτί και ένα μολύβι. Το μολύβι θα φτάσει πιο γρήγορα στο πάτωμα της τάξης. Ποια εξήγηση δίνετε για το φαινόμενο αυτό;
64. Πετάμε ένα σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω. Να σχεδιάσετε και να προσδιορίσετε τη δύναμη ή τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω στο σώμα σε κάποιο σημείο της τροχιάς του, όταν το σώμα:
- α) ανεβαίνει
β) κατεβαίνει και
γ) βρίσκεται στο ανώτατο σημείο. (Θεωρήστε πως δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα).
65. Δύο σώματα Α και Β με μάζες m και $2m$ αντίστοιχα είναι ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στα σώματα ασκούνται τη στιγμή $t=0$ οριζόντιες δυνάμεις F_A και $F_B=2F_A$ ίδιας κατεύθυνσης. Τη χρονική στιγμή t_1 :
- α. τα σώματα θα έχουν ίδιες ταχύτητες
β. το σώμα Α θα έχει διανύσει διπλάσιο διάστημα από αυτό του Β.
γ. τα σώματα θα έχουν τις ίδιες επιταχύνσεις.
- Να διαλέξετε τις σωστές προτάσεις και να δικαιολογήσετε τους χαρακτηρισμούς.

- 66.** Ένα σώμα αφήνεται από μικρό ύψος να εκτελέσει ελεύθερη πτώση. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις
- της θέσης του σε σχέση με το χρόνο, θεωρώντας σαν σημείο αναφοράς το σημείο που αφέθηκε το σώμα τη στιγμή $t=0$
 - της θέσης του σε σχέση με το τετράγωνο του χρόνου θεωρώντας σαν σημείο αναφοράς το σημείο που αφέθηκε το σώμα τη στιγμή $t=0$
 - της ταχύτητάς του σε σχέση με το χρόνο.
- Θεωρείστε θετική φορά αυτή της επιτάχυνσης βαρύτητας.

- 67.** Σε σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη με αποτέλεσμα η ταχύτητά του να μεταβάλλεται όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της αλγεβρικής τιμής της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο για την παραπάνω κίνηση.

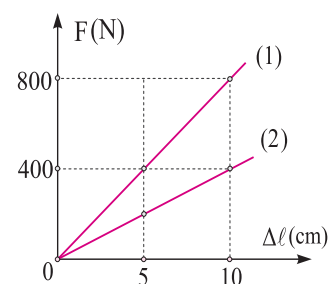


- 68.** Δύο σφαίρες, μια ξύλινη και μια σιδερένια ίδιου όγκου αφήνονται να πέσουν η ξύλινη από ύψος h και η σιδερένια από ύψος $4h$ αντίστοιχα, κοντά στην επιφάνεια της θάλασσας και την ίδια χρονική στιγμή. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.
- Και οι δύο σφαίρες θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.
 - Ο χρόνος πτώσης της σιδερένιας σφαίρας θα είναι διπλάσιος.
 - Το μέτρο της ταχύτητας της ξύλινης σφαίρας λίγο πριν αυτή κτυπήσει στο έδαφος θα είναι διπλάσιο αυτής της σιδερένιας.
 - Αν οι σφαίρες ανταλλάξουν θέσεις και το πείραμα επαναληφθεί, το μέτρο της ταχύτητας της σιδερένιας σφαίρας λίγο πριν αυτή κτυπήσει στο έδαφος θα είναι διπλάσιο αυτής της ξύλινης.
- Να διαλέξετε τις σωστές προτάσεις και να δικαιολογήσετε τους χαρακτηρισμούς.

Ασκήσεις - Προβλήματα

Νόμος του Hooke

- 69.** Το διπλανό διάγραμμα δύναμης – παραμόρφωσης αναφέρεται σε δύο ελατήρια (1), (2) με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα. Να βρείτε:
- τις σταθερές k_1 και k_2 των ελατηρίων
 - το πηλίκο F_1/F_2 αν τα ελατήρια έχουν την ίδια επιμήκυνση $\Delta\ell$
 - το πηλίκο $\Delta\ell_1/\Delta\ell_2$ αν στα ελατήρια ασκείται η ίδια δύναμη F .



(Απ: 8.000 N/m , 4.000 N/m , 2 , 0,5)

70. Στο κάτω άκρο κατακόρυφου δυναμομέτρου ασκούμε κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω. Αν το μέτρο της δύναμης είναι $F = 40 \text{ N}$, παρατηρούμε ότι το ελατήριο του δυναμομέτρου επιμηκύνεται κατά $\Delta \ell = 5 \text{ cm}$. Να βρείτε:

- τη σταθερά k του ελατηρίου
- την επιμήκυνση $\Delta \ell_1$ του ελατηρίου αν σε αυτό ασκήσουμε κατακόρυφη δύναμη μέτρου $F_1 = 60 \text{ N}$.
- το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης F_2 που προκαλεί επιμήκυνση του ελατηρίου κατά $\Delta \ell_2 = 20 \text{ cm}$.

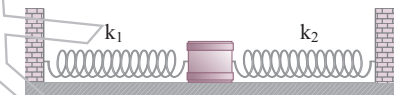
(Απ: 800 N/m , $7,5 \text{ cm}$, 160 N)

71. Αν στο ελεύθερο άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου κρεμάσουμε ένα σώμα βάρους $B = 25 \text{ N}$, το ελατήριο επιμηκύνεται κατά $2,5 \text{ cm}$. Να βρείτε:

- την επιπλέον επιμήκυνση του ελατηρίου αν κρεμάσουμε επιπλέον βάρος $B_1 = 50 \text{ N}$
- το βάρος ενός άλλου σώματος που προκαλεί στο ίδιο ελατήριο επιμήκυνση κατά 4 cm
- την κλίση της γραφικής παράστασης του βάρους σε συνάρτηση με την επιμήκυνση.

(Απ: 5 cm , 40 N , 1.000 N/m)

72. Το σώμα μάζας $m = 4 \text{ kg}$ του διπλανού σχήματος ισορροπεί δεμένο στις άκρες των δύο οριζώντιων ελατηρίων $k_1 = 100 \text{ N/m}$ και $k_2 = 400 \text{ N/m}$ τα οποία βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα αριστερά κατά $x = 0,2 \text{ m}$. Να βρείτε:

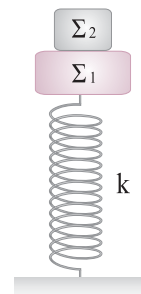


- Τη δύναμη κάθε ελατηρίου.
- Την επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα μόλις αφηθεί ελεύθερο.

(Απ: 20 N , 80 N , 25 m/s^2)

73. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 του σχήματος με μάζες $m_1 = 4 \text{ kg}$ και $m_2 = 1 \text{ kg}$ αντίστοιχα είναι ακίνητα. Το σώμα Σ_1 συγκρατείται από ελατήριο σταθεράς $k = 200 \text{ N/m}$.

- Να υπολογίσετε τη συσπίρωση ΔL του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος.
- Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στα σώματα Σ_1 και Σ_2 . Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

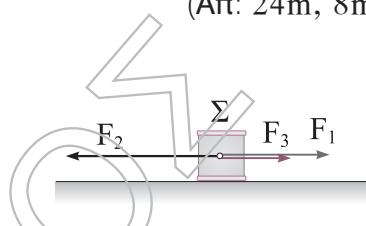


(Απ: $0,25 \text{ m}$, $\Sigma_1: 40 \text{ N}$, 50 N , 10 N $\Sigma_2: 10 \text{ N}$, 10 N)

1ος - 2ος νόμος Νεύτωνα

74. Σε ένα σώμα και κατά μήκος του άξονα $x'x$ ασκούνται προς τα δεξιά οι δυνάμεις με μέτρα $F_1 = 2,8 \text{ N}$, $F_2 = 3 \text{ N}$ και $F_3 = 6 \text{ N}$ ενώ προς τα αριστερά ασκούνται οι δυνάμεις με μέτρα $F_4 = 3 \text{ N}$, $F_5 = 5 \text{ N}$ και $F_6 = 6,2 \text{ N}$. Να βρείτε το μέτρο και τη φορά της συνισταμένης δύναμης.

(Απ: $F = 2,4 \text{ N}$ με φορά προς τα αριστερά)

- 75.** Σε ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ που αρχικά ηρεμεί, ασκείται σταθερή δύναμη. Μετά από 10 δευτερόλεπτα, το σώμα αποκτά ταχύτητα μέτρου $v=5\text{ m/s}$. Να βρείτε
 α. την επιτάχυνση που απέκτησε το σώμα
 β. το μέτρο της δύναμης.
 (Απ: $0,5\text{m/s}^2$, 1N)
- 76.** Σε σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις μέτρων $F_1=2\text{N}$ και $F_2=4\text{N}$ αντίστοιχα. Να βρείτε το διάστημα που θα διανύσει το σώμα σε διάστημα $t=4\text{s}$ αν:
 α. Οι δυνάμεις είναι ομόρροπες.
 β. Οι δυνάμεις είναι αντίρροπες.
 (Απ: 24m , 8m)
- 77.** Στο σώμα Σ που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκούνται οι οριζόντιες δυνάμεις $F_1=10\text{N}$, $F_2=12\text{N}$ και F_3 όπως στο σχήμα. Η μάζα του σώματος είναι $m=2\text{kg}$.
 α. Ποια είναι η τιμή της F_3 ώστε το σώμα να επιταχύνεται προς τα δεξιά με επιτάχυνση μέτρου $\alpha=2\text{m/s}^2$;
 β. Αν η δύναμη F_2 μηδενιστεί, να βρείτε τη νέα επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα.
 (Απ: $F_3=6\text{N}$, $\alpha'=8\text{m/s}^2$)
- 
- 78.** Σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$. Ποια οριζόντια δύναμη θα ασκηθεί στο σώμα ώστε αυτό να σταματήσει αφού διανύσει διάστημα $x=20\text{m}$;
 (Απ: $F=5\text{N}$)
- 79.** Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα v_0 . Στο σώμα τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου $F=4\text{N}$, αντίθετης φοράς από τη v_0 . Αν το σώμα μετά από χρόνο $\Delta t=3\text{s}$ έχει ταχύτητα μέτρου $v_0/2$ και ίδιας φοράς με τη v_0 , να βρείτε:
 α. την αρχική ταχύτητα του σώματος
 β. το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα μέχρι να σταματήσει.
 (Απ: $v_0=12\text{m/s}$, $s=36\text{m}$)
- 80.** Ένα σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $v=2\text{m/s}$. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F_1 ομόρροπη της ταχύτητας, με αποτέλεσμα σε χρόνο $t=2\text{s}$ το μέτρο της ταχύτητας του σώματος να γίνει $v_1=12\text{m/s}$. Αν το σώμα είναι αρχικά ακίνητο και δεχθεί οριζόντια δύναμη F_2 , τότε όταν διανύσει διάστημα $s=20\text{m}$, η ταχύτητά του γίνεται $v_2=10\text{m/s}$. Να βρείτε το λόγο των δυνάμεων F_1/F_2 .
 (Απ: $F_1/F_2=2$)
- 81.** Σε σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου $F=6\text{N}$ για χρόνο $t=3\text{s}$. Να βρείτε:
 α. την ταχύτητα του σώματος 5s μετά την άσκηση της δύναμης
 β. τη μετατόπιση του σώματος 5s μετά την άσκηση της δύναμης.
 (Απ: $v=9\text{m/s}$, $s=31,5\text{m}$)

82. Σώμα μάζας 2kg είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Αν ασκήσουμε στο σώμα οριζόντια δύναμη 10N, το σώμα αποκτά ταχύτητα 10 m/s μέσα σε χρόνο 5s. Να βρεθεί η τριβή ολίσθησης που δέχεται το σώμα από το επίπεδο.

(Απ: 6N)

83. Σώμα μάζας $m=0,5\text{kg}$ είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Αν στο σώμα ασκήσουμε οριζόντια δύναμη $F_1=4\text{N}$ το σώμα μόλις και ξεκινά. Αν ασκήσουμε στο σώμα οριζόντια δύναμη $F_2=14\text{N}$ να βρεθούν:

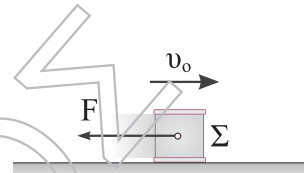
- α. η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση του σώματος,
β. η μετατόπιση του σώματος μέσα σε χρόνο $t=5\text{s}$.

(Απ: 4N , 250m)

84. Το σώμα του σχήματος έχει μάζα $m=1\text{kg}$ και κινείται στο λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $v_0=6\text{m/s}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$, στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου F η οποία είναι αντίρροπη προς την ταχύτητα με αποτέλεσμα αφού το σώμα διανύσει διάστημα $s=9\text{m}$ να σταματήσει. Να βρείτε:

- α. το μέτρο της δύναμης F
β. τη χρονική στιγμή που το σώμα θα σταματήσει.
γ. τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του σώματος θα είναι $v_0/2$.

(Απ: $F=2\text{N}$, $t=3\text{s}$, $t_1=1,5\text{s}$)



85. Ένα σώμα ηρεμεί σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Αν στο σώμα ασκηθεί σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F_1=10\text{N}$, τότε αυτό κινείται με επιτάχυνση μέτρου $\alpha_1=2\text{m/s}^2$. Όταν το ίδιο σώμα κινείται σε οριζόντια λεία επιφάνεια με ταχύτητα μέτρου $v_2=4\text{m/s}$ και δεχθεί οριζόντια δύναμη F_2 , αντίρροπη της v_2 , σταματά αφού διατρέξει διάστημα $s=10\text{m}$. Να βρείτε:

- α. τη μάζα του σώματος
β. το μέτρο της δύναμης F_2 .

(Απ: $m=5\text{kg}$, $F_2=4\text{N}$)

86. Σε σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_0=8\text{m/s}$, ασκείται οριζόντια δύναμη F αντίρροπη της ταχύτητας με αποτέλεσμα το σώμα να ξαναπεράσει από το σημείο εκκίνησης μετά από $t=8\text{s}$. Να βρείτε:

- α. το μέτρο της δύναμης F
β. τις χρονικές στιγμές που το σώμα θα έχει ταχύτητα μέτρου 4m/s
γ. το συνολικό διάστημα που διέτρεξε το σώμα.

(Απ: $F=2\text{N}$, $t_1=2\text{s}$, $t_2=6\text{s}$, $s=32\text{m}$)

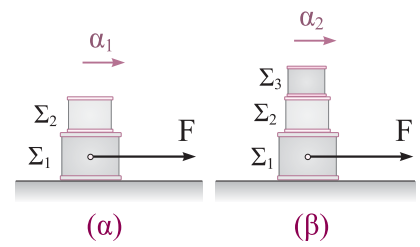
87. Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_0=4\text{m/s}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη αντίρροπη με την ταχύτητα, η οποία μετά από χρόνο $t=10\text{s}$ ξαναφέρει το σώμα στο σημείο που βρισκόταν τη χρονική στιγμή $t=0$.

- α. Να βρείτε το μέτρο της δύναμης.
β. Να φτιάξετε το διάγραμμα της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο.
γ. Να βρείτε τη συνολική μετατόπιση και το συνολικό διάστημα που διέτρεξε το σώμα.

(Απ: $F=1,6\text{N}$, $s=20\text{m}$)

88. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 του σχήματος έχουν μάζες $m_1=3\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ αντίστοιχα και βρίσκονται σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Όταν στο σύστημα ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου F , αυτό αποκτά επιτάχυνση μέτρου α_1 .

- α. Ποια είναι η μάζα m_3 του σώματος Σ_3 που πρέπει να τοποθετηθεί στη διάταξη των δύο σωμάτων ώστε για την ίδια δύναμη το σύστημα αυτό να αποκτήσει επιτάχυνση $\alpha_2=5\alpha_1/6$;
β. Αν $\alpha_1=3\text{m/s}^2$, να βρείτε το μέτρο της δύναμης F .

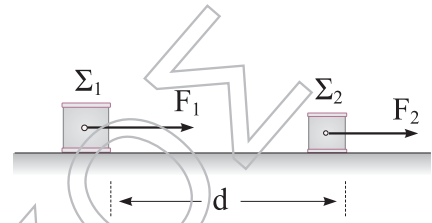


(Απ: $m=1\text{kg}$, $F=15\text{N}$)

89. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 είναι ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=6\text{m}$. Οι μάζες των σωμάτων είναι $m_1=2\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ και στα σώματα ασκούνται τη χρονική στιγμή $t=0$ οριζόντιες δυνάμεις μέτρου $F_1=6\text{N}$ και $F_2=5\text{N}$ αντίστοιχα όπως στο σχήμα. Να βρείτε:

- α. την επιτάχυνση κάθε σώματος
β. την ταχύτητα κάθε σώματος μετά από $t=4\text{s}$
γ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων μετά από $t=4\text{s}$
δ. τη χρονική στιγμή που τα σώματα θα απέχουν μεταξύ τους 42m .

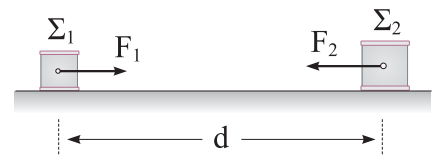
(Απ: $\alpha_1=3\text{m/s}^2$, $\alpha_2=5\text{m/s}^2$, $v_1=12\text{m/s}$, $v_2=20\text{m/s}$, $x=22\text{m}$, $t=6\text{s}$)



90. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 του σχήματος έχουν μάζες $m_1=2\text{kg}$ και $m_2=4\text{kg}$ και ηρεμούν στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Στα σώματα ασκούνται ταυτόχρονα οι δυνάμεις $F_1=F_2=8\text{N}$ με φορά όπως στο σχήμα. Αν η αρχική απόσταση μεταξύ των σωμάτων είναι $d=48\text{m}$ να βρείτε:

- α. το σημείο συνάντησης των σωμάτων κατά τη σύγκρουσή τους
β. τις ταχύτητες των σωμάτων τη στιγμή της σύγκρουσής τους.

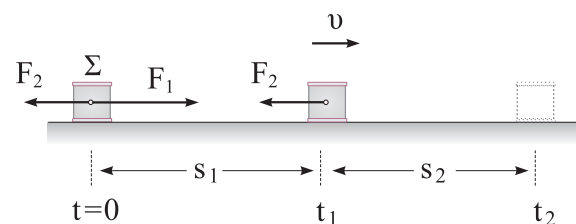
(Απ: 32m , 16m/s , 8m/s)



91. Στο σώμα Σ μάζας $m=3\text{kg}$ του σχήματος που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκούνται τη στιγμή $t=0$ δύο αντίρροπες οριζόντιες δυνάμεις μέτρου $F_1=18\text{N}$ και $F_2=6\text{N}$ αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή t_1 , η δύναμη F_1 παύει να ασκείται στο σώμα, με αποτέλεσμα λόγω της F_2 το σώμα να επιβραδύνεται μέχρι να σταματήσει τη χρονική στιγμή t_2 , οπότε παύει να ασκείται και η F_2 . Το συνολικό διανυθέν διάστημα από τη στιγμή που ασκήθηκαν οι δυνάμεις μέχρι το σώμα να σταματήσει είναι $s=24\text{m}$.

α. Να βρείτε:

- i. τις επιταχύνσεις του σώματος στις δύο φάσεις της κίνησής του.
ii. την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 .

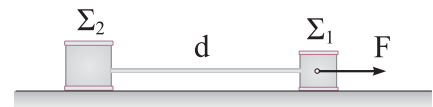


- iii. το διάστημα που διάνυσε το σώμα όταν ασκήθηκαν και οι δύο δυνάμεις σ' αυτό.
iv. τη χρονική στιγμή t_2

β. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για την παραπάνω κίνηση.

(Απ: $\alpha_1=4\text{m/s}^2$, $\alpha_2=2\text{m/s}^2$, $v=8\text{m/s}$, $s_1=8\text{m}$, $t_2=6\text{s}$)

- 92.** Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 του σχήματος έχουν μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$ και ηρεμούν στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Τα σώματα είναι δεμένα με μη ελαστικό αβαρές σχοινί μήκους $d=2\text{m}$ το οποίο είναι τεντωμένο. Τη χρονική στιγμή $t=0$, ασκείται στο σώμα Σ_1 δύναμη $F=8\text{N}$ με αποτέλεσμα τα δύο σώματα να αρχίζουν να κινούνται. Να βρείτε:



- α. τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων τη χρονική στιγμή $t=3\text{s}$ που το σχοινί κόβεται.
β. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων τη χρονική στιγμή $t=4\text{s}$. Θεωρείστε ότι μετά το κόψιμο του σχοινοῦ, η δύναμη F συνεχίζει να ασκείται στο σώμα Σ_1 .

(Απ: $v_1=v_2=6\text{m/s}$, 6m)

Ελεύθερη πτώση - κατακόρυφη βολή - βάρος σώματος

- 93.** Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ κινείται με σταθερή ταχύτητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Να βρείτε τη δύναμη που ασκεί η επιφάνεια στο σώμα. Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

(Απ: 20N)

- 94.** Μια πέτρα αφήνεται να πέσει από μια γέφυρα και φτάνει στο νερό μετά από 6s . Να βρείτε:

- α. την ταχύτητα της πέτρας μόλις φθάσει στο νερό.
β. το ύψος από το οποίο η πέτρα αφέθηκε ελεύθερη. Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

(Απ: 60m/s , 180m)

- 95.** Ένα σώμα ρίχνεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $v_0=16\text{ m/s}$. Ένα δεύτερο σώμα ρίχνεται από το ίδιο σημείο και φτάνει σε ύψος τετραπλάσιο από το πρώτο. Να βρείτε την αρχική ταχύτητα του δεύτερου σώματος.

(Απ: 32m/s)

- 96.** Από ύψος $h=180\text{m}$ αφήνουμε να πέσει ένα σώμα. Μετά από χρόνο $t=4\text{s}$ βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω ένα άλλο σώμα, με ταχύτητα v . Πόση πρέπει να είναι η ταχύτητα του δεύτερου σώματος ώστε αυτό να φτάσει στο έδαφος μαζί με το πρώτο; Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

(Απ: 80m/s)

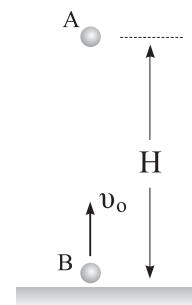
- 97.** Από την ταράτσα ενός κτιρίου ύψους $H=105\text{m}$, ρίχνουμε σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $v_0=20\text{m/s}$. Να βρεθούν:

- α. πόσο ψηλά θα φθάσει το σώμα από το σημείο βολής,
β. σε πόσο χρόνο θα κτυπήσει το σώμα το έδαφος,
γ. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος λίγο πριν κτυπήσει στο έδαφος.
Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

(Απ: 20m , 7s , -50m/s)

- 98.** Από αερόστατο που κατεβαίνει και σε απόσταση $h=200\text{ m}$ από το έδαφος, αφήνεται να πέσει ένα σώμα. Να βρείτε την ταχύτητα του αερόστατου, αν είναι γνωστό ότι το σώμα φτάνει στο έδαφος σε χρόνο $t=4\text{ s}$. Δίνεται: $g=10\text{ m/s}^2$.
(Απ: 30 m/s)
- 99.** Από το παράθυρο ψηλού κτιρίου αφήνονται να πέφτουν ελεύθερα χαλίκια, ανά χρονικά διαστήματα 1 s .
α. Πόσο διάστημα έχει διανύσει το πρώτο χαλίκι όταν ξεκινάει το δεύτερο;
β. Ποια είναι η απόσταση του 1^{ου} από το 2^ο χαλίκι τη στιγμή που ξεκινάει το τρίτο;
Δίνεται: $g=10\text{ m/s}^2$.
(Απ: 5 m , 15 m)
- 100.** Σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από 80 m . Να βρεθεί το ύψος κατά το οποίο πέφτει:
α. σε χρόνο 1 s
β. στη διάρκεια του 2^{ου} δευτερόλεπτου της κίνησής του
γ. στη διάρκεια του τελευταίου δευτερόλεπτου της κίνησής του.
Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.
(Απ: 5 m , 15 m , 35 m)
- 101.** Ένα σώμα αφήνεται από ύψος h και στο τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησής του διανύει τα $36/100$ του ύψους h . Να βρείτε το h .
Δίνεται: $g=10\text{ m/s}^2$.
(Απ: 125 m)
- 102.** Από την κορυφή πύργου, ρίχνεται σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα v_0 . Μετά από χρόνο 12 s , δεύτερο σώμα αφήνεται από το ίδιο σημείο, το οποίο κάνει ελεύθερη πτώση και φτάνει στο έδαφος ταυτόχρονα με το πρώτο και μετά από 14 s από τη ρίψη του πρώτου. Να βρεθούν:
α. το ύψος του πύργου,
β. η αρχική ταχύτητα v_0 .
Δίνεται: $g=10\text{ m/s}^2$.
(Απ: 20 m , $68,7\text{ m/s}$)
- 103.** Δύο σώματα ρίχνονται κατακόρυφα προς τα πάνω από το ίδιο σημείο και με την ίδια αρχική ταχύτητα $v_0=10\sqrt{2}\text{ m/s}$. Να βρεθεί μετά από πόσο χρόνο μετά τη ρίψη του πρώτου σώματος θα βληθεί το δεύτερο σώμα ώστε τα δύο σώματα να συναντηθούν στο μισό του μέγιστου ύψους; Δίνεται: $g=10\text{ m/s}^2$.
(Απ: $\Delta t=2\text{ s}$)
- 104.** Από αερόστατο που ανεβαίνει κατακόρυφα με ταχύτητα 90 m/min , αφήνεται να πέσει βόμβα η οποία φθάνει στο έδαφος και εκρήγνυται. Ο χρόνος που περνάει από τη στιγμή που η βόμβα αφήνεται μέχρι τη στιγμή που ο κρότος της έκρηξης γίνεται αντιληπτός στο αερόστατο είναι $11,5\text{ s}$. Να υπολογιστεί η κατακόρυφη απόσταση του αερόστατου από το έδαφος τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα. Δίνονται: $v_{\eta\chi}=340\text{ m/s}$.
Δίνεται: $g=10\text{ m/s}^2$.
(Απ: 485 m)

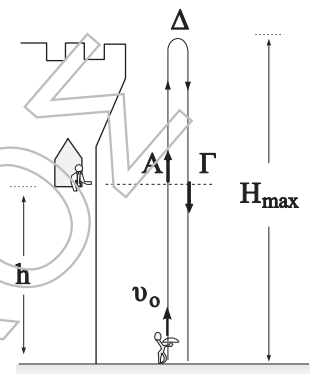
- 105.** Το σώμα **A** του σχήματος αφήνεται να πέσει τη χρονική στιγμή $t=0$ ελεύθερα από ύψος $H=120\text{ m}$ από το έδαφος, ενώ ταυτόχρονα βάλλεται προς τα πάνω ένα δεύτερο σώμα **B** με αρχική ταχύτητα $v_0=30\text{ m/s}$. Τα δύο σώματα βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Να βρείτε:



- α. τη χρονική στιγμή t όπου τα δύο σώματα θα συναντηθούν.
β. σε ποιο ύψος τα σώματα θα συναντηθούν.

(Απ: 4 s , 80 m)

- 106.** Στο παράθυρο ενός πύργου που απέχει $h=11,25\text{ m}$ από το έδαφος, βρίσκεται παρατηρητής πολεμιστής ο οποίος παρατηρεί τη βολή ενός τοξότη που βρίσκεται στο έδαφος. Η βολή είναι κατακόρυφη. Το βέλος περνάει από τη θέση **A** ανεβαίνοντας δίπλα από τον παρατηρητή και μετά από χρόνο 4s, το βέλος επιστρέφει από τη θέση **Γ** κατεβαίνοντας. Να βρεθούν:



- α. η αρχική ταχύτητα v_0 του βέλους που έριξε ο τοξότης που βρίσκεται στο έδαφος
β. το μέγιστο ύψος H_{\max} που θα φτάσει το βέλος.
Δίνεται: $g=10\text{ m/s}^2$.

(Απ: 25 m/s , 31,25 m)

- 107.** Από την άκρη πηγαδιού αφήνουμε να πέσει μια πέτρα. Μετά από χρόνο $t=9,25\text{ s}$ την ακούμε να χτυπά στο νερό. Πόσο είναι το βάθος του πηγαδιού, όταν η ταχύτητα του ήχου είναι 340 m/s ; Δίνεται: $g=10\text{ m/s}^2$.

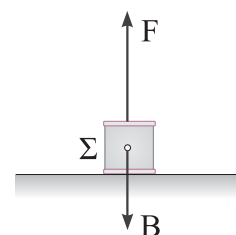
(Απ: 340 m)

- 108.** Ένας πύραυλος εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή κατακόρυφη επιτάχυνση $\alpha=20\text{ m/s}^2$. Μετά από $t=1\text{ min}$, από κάποιο λάθος, η προωστική δύναμη του πυραύλου μηδενίζεται και ο πύραυλος κινείται ελεύθερα στο βαρυτικό πεδίο της γης. Να βρείτε:

- α. το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει ο πύραυλος.
β. το χρόνο από τη στιγμή που η προωστική δύναμη του πυραύλου μηδενίζεται μέχρι τη στιγμή που ο πύραυλος θα επιστρέψει στο έδαφος. Θεωρείστε ότι κατά την κίνηση του πυραύλου μέχρι αυτός να φτάσει στο μέγιστο ύψος, η επιτάχυνση βαρύτητας είναι σταθερή και ίση με $g=10\text{ m/s}^2$.

(Απ: 108.000 m , 269 s)

- 109.** Το σώμα έχει βάρος $B=100\text{ N}$. Να βρεθεί η δύναμη που πρέπει να ασκηθεί σ' αυτό κατακόρυφα για να κινηθεί με επιτάχυνση που είναι ίση με $g/2$ και έχει φορά:

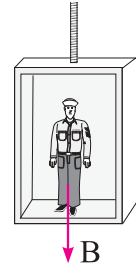


- α. προς τα πάνω.
β. προς τα κάτω.

(Απ: 150 N , 50 N)

- 110.** Άνθρωπος βάρους 800N βρίσκεται μέσα σε ασανσέρ. Να βρείτε τη δύναμη που δέχεται από το δάπεδο όταν:
- το ασανσέρ ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα.
 - το ασανσέρ ανεβαίνει με επιτάχυνση ίση με $g/4$.
 - το ασανσέρ κατεβαίνει με επιτάχυνση ίση με $g/4$.

(Απ: 800N , 1000N , 600N)



- 111.** Σώμα μάζας 10kg είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Να βρεθεί το ύψος στο οποίο θα ανέβει το σώμα μέσα σε χρόνο $t=2\text{s}$ αν του ασκήσουμε με τη βοήθεια νήματος κατακόρυφη δύναμη ίση με:

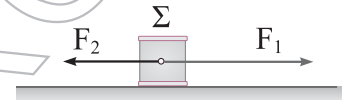
α. 50N

β. 150N

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

(Απ: 0 , 10m)

- 112.** Το σώμα που φαίνεται στην εικόνα ξεκινάει από την ηρεμία κινούμενο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Οι οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται σ'αυτό είναι $F_1=30\text{N}$ και $F_2=10\text{N}$. Τη στιγμή που η ταχύτητά του είναι 20m/s , το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά 40m . Να βρείτε το βάρος του σώματος.
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



(Απ: 40N)

ΔΙΚΑΙΟ ΔΙΑΚΟΝ



1.3 Δυναμική στο επίπεδο

Θέματα θεωρίας

1. 3^{ος} νόμος του Νεύτωνα (νόμος δράσης - αντίδρασης).

Όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν και το πρώτο ασκεί δύναμη \vec{F} στο δεύτερο, τότε και το δεύτερο ασκεί αντίθετη δύναμη $-\vec{F}$ στο πρώτο.

Προσοχή!! Και οι δύο δυνάμεις συνυπάρχουν σαν ζευγάρι αλλά δεν ασκούνται στο ίδιο σώμα, επομένως δεν έχει νόημα να μιλάμε για τη συνισταμένη τους.

Σχόλιο: Η ύπαρξη μιας δύναμης προϋποθέτει την ύπαρξη δύο σωμάτων. Το ένα σώμα ασκεί τη δύναμη και το άλλο τη δέχεται.

2. Κατηγορίες δυνάμεων.

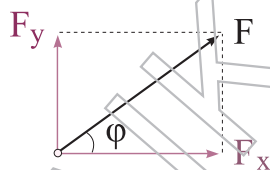
Δυνάμεις από επαφή: Είναι οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ δύο σωμάτων όταν βρίσκονται σε επαφή.

Παραδείγματα: δυνάμεις ελατηρίων, τάσεις των νημάτων κ.ά.

Δυνάμεις από απόσταση (δυνάμεις πεδίου): Είναι οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ δύο σωμάτων όταν αυτά δεν βρίσκονται σε επαφή.

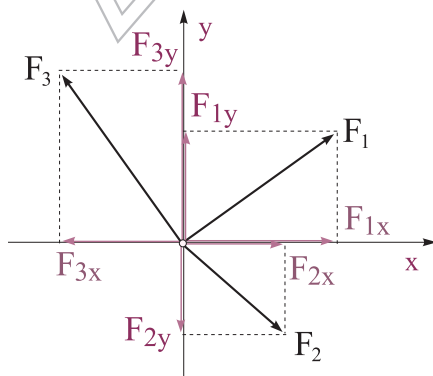
Παραδείγματα: βαρυτικές δυνάμεις, ηλεκτροστατικές δυνάμεις κ.α.

3. Σύνθεση δυνάμεων σε δύο συνιστώσες.

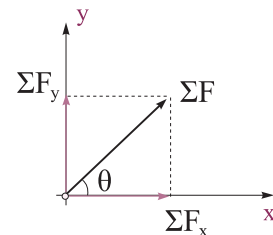


$$F_x = F \cdot \cos\phi$$
$$F_y = F \cdot \sin\phi$$

4. Σύνθεση πολλών ομοεπίπεδων δυνάμεων.



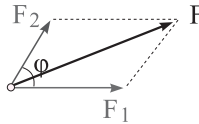
$$\Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} - F_{3x}$$
$$\Sigma F_y = F_{1y} - F_{2y} + F_{3y}$$



$$\Sigma F = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2}, \quad \varepsilon\phi\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

5. Σύνθεση δύο δυνάμεων που σχηματίζουν γωνία φ

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}$$



Σχόλιο: Η παραπάνω σχέση είναι χρήσιμη αλλά εκτός ύλης. Ο δεύτερος τρόπος υπολογισμού της συνισταμένης δύναμης είναι να αναλύσετε τη δύναμη σε συνιστώσες και να ακολουθήσετε τη διαδικασία της παραγράφου 4.

6. Ισορροπία ομοεπίπεδων δυνάμεων

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

7. Κατηγορίες τριβών. Νόμοι της τριβής.

Στατική τριβή: είναι το σύνολο των ανθιστάμενων δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα όταν αυτό τείνει να κινηθεί.

Οριακή τριβή: είναι η μέγιστη στατική τριβή.

Τριβή ολίσθησης: είναι το σύνολο των ανθιστάμενων δυνάμεων στην κίνηση ενός σώματος.

Η μαθηματική σχέση είναι

$$T = \mu \cdot N$$

όπου μ είναι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης και N είναι η αντίδραση από την επιφάνεια επαφής.

Νόμοι τριβής.

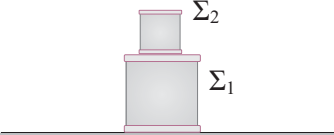
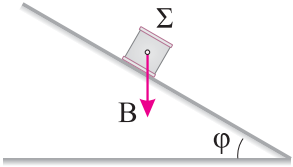
- Η τριβή ολίσθησης δεν εξαρτάται από την ταχύτητα που έχει το σώμα όταν αυτό ολισθαίνει στην επιφάνεια.
- Η τριβή ολίσθησης δεν εξαρτάται από το εμβαδόν της επιφάνειας που τρίβεται με την επιφάνεια (επιφάνειες συνεπαφής).
- Η τριβή ολίσθησης εξαρτάται από την φύση των επιφανειών.
- Η τριβή ολίσθησης εξαρτάται από την αντίδραση που ασκείται από την επιφάνεια ολίσθησης.

8. Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα σε διανυσματική μορφή.

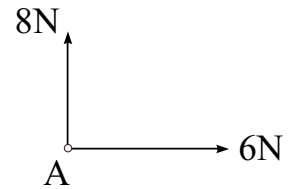
$$\Sigma F_x = m \cdot \alpha_x$$

$$\Sigma F_y = m \cdot \alpha_y$$

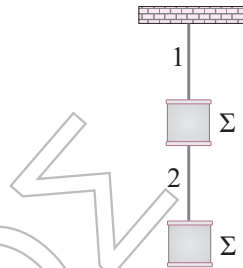
Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

9. Ένα σώμα ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκούνται δυνάμεις:
- μόνο επαφής
 - μόνο από απόσταση
 - και επαφής και από απόσταση
 - δεν μπορούμε να γνωρίζουμε.
10. Ένα πορτοκάλι βάρους 2N πέφτει από ένα δέντρο. Με βάση τον τρίτο νόμο του Newton συμπεραίνουμε ότι
- η κίνηση είναι επιταχυνόμενη
 - η επιτάχυνση της βαρύτητας παραμένει σταθερή
 - η δύναμη που ασκεί το πορτοκάλι στη Γη είναι ίση με 2N
 - η δύναμη που ασκεί το πορτοκάλι στη Γη είναι μεγαλύτερη από 2N
11. Ο 3^{ος} νόμος του Newton ισχύει:
- μόνο όταν το σώμα ισορροπεί
 - μόνο όταν ασκούνται δυνάμεις στα σώματα
 - μόνο για δυνάμεις επαφής
 - για όλες τις δυνάμεις στη φύση.
12. Το σώμα Σ_2 ακουμπά στο Σ_1 και τα δύο σώματα ισορροπούν στο οριζόντιο επίπεδο. Για τις μάζες τους ισχύει $m_1 = 2m_2$.
- Η δύναμη που ασκεί το Σ_1 στο Σ_2 είναι διπλάσια αυτής που ασκεί το Σ_2 στο Σ_1 .
 - Η δύναμη που ασκεί το Σ_2 στο Σ_1 είναι διπλάσια αυτής που ασκεί το Σ_1 στο Σ_2 .
 - Τα σώματα ισορροπούν, άρα η συνισταμένη δύναμη σε κάθε σώμα είναι μηδέν.
 - Οι δυνάμεις που ασκούνται στο Σ_2 είναι το βάρος του (δύναμη από απόσταση) και η δύναμη που ασκείται από την επιφάνεια του Σ_1 (δύναμη επαφής). Αυτές οι δύο δυνάμεις έχουν σχέση δράσης-αντίδρασης.
- 
13. Το σώμα του σχήματος ισορροπεί στο κεκλιμένο επίπεδο.
- Η δύναμη που ασκείται στο σώμα από το επίπεδο είναι κάθετη στην επιφάνεια του επιπέδου.
 - Η δύναμη που ασκείται στο σώμα από το επίπεδο είναι κατακόρυφη.
 - Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα δεν είναι μηδέν.
 - Τίποτα από τα παραπάνω.
- 

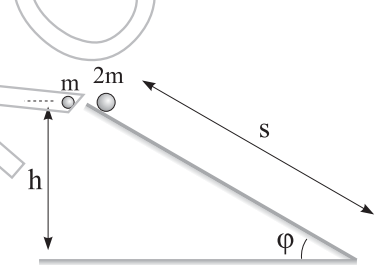
21. Στο σημείο A του σχήματος ασκούνται οι δύο δυνάμεις που είναι κάθετες μεταξύ τους. Για να παραμείνει το σημείο ακίνητο, θα πρέπει να του ασκηθεί δύναμη μέτρου
- α. 14N β. 2N γ. 10N δ. 20N



22. Τα σώματα του σχήματος είναι ίδια και ισορροπούν δεμένα στα αβαρή σχοινιά 1 και 2 αντίστοιχα με το σχοινί 1 να είναι δεμένο ακλόνητα στην οροφή. Αν T_1 και T_2 είναι τα μέτρα των τάσεων στα σχοινιά ισχύει
- α. $T_1=T_2$ β. $T_1=2T_2$ γ. $T_2=2T_1$ δ. $T_2=4T_1$

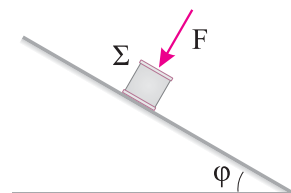


23. Δύο σώματα μαζών m και $2m$ αντίστοιχα αφήνονται ελεύθερα από την κορυφή του λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ . Το σώμα μάζας m εκτελεί ελεύθερη πτώση ενώ το σώμα μάζας $2m$ κινείται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.
- α. Τα σώματα θα φτάσουν στο έδαφος ταυτόχρονα.
β. Τα σώματα θα φτάσουν στο έδαφος με το ίδιο μέτρο ταχύτητας.
γ. Τα σώματα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση.
δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

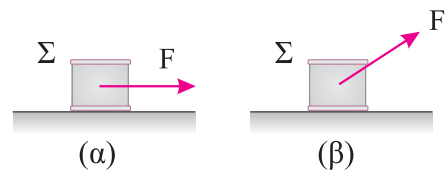


24. Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε σε αυτό οριζόντια δύναμη μέτρου F .
- α. Αν το σώμα συνεχίζει να ηρεμεί το μέτρο της τριβής είναι μικρότερο από αυτό της δύναμης που ασκούμε στο σώμα.
β. Αν το σώμα συνεχίζει να ηρεμεί, το μέτρο της δύναμης F είναι μικρότερο από την οριακή τριβή.
γ. Αν το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα, το μέτρο της δύναμης F είναι μεγαλύτερο από αυτό της τριβής ολίσθησης.
δ. Αν το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση, το μέτρο της δύναμης F είναι ίσο με αυτό της τριβής ολίσθησης.

25. Ένα σώμα βάρους B κινείται με σταθερή ταχύτητα κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ . Στο σώμα ασκείται δύναμη F σταθερού μέτρου κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο. Η κάθετη δύναμη που ασκεί το επίπεδο στο σώμα είναι N και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι μ .
- α. Η κάθετη δύναμη N που ασκεί το επίπεδο στο σώμα ισούται σε μέτρο με F .
β. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης είναι $T=\mu N$.
γ. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης είναι $T=\mu B \sin \varphi$.
δ. Τίποτα από τα παραπάνω.



26. Τα σώματα στα σχήματα (α) και (β) έχουν ίδια μάζα m και ασκείται σε αυτά δύναμη ίδιου μέτρου F . Το έδαφος δεν είναι λείο και τα σώματα κινούνται με ταχύτητες σταθερού μέτρου.



- Και στις δύο περιπτώσεις, ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας κάθε σώματος είναι σταθερός.
- Και στις δύο περιπτώσεις, η τριβή ολίσθησης έχει ίδιο μέτρο.
- Και στις δύο περιπτώσεις, η αντίδραση από το έδαφος είναι η ίδια.
- Καμία από τις παραπάνω προτάσεις δεν ισχύει.

27. Ένας εργάτης σπρώχνει σε οριζόντιο έδαφος με σταθερή ταχύτητα ένα κιβώτιο ασκώντας οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου σε αυτό.

- Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα επειδή η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό είναι σταθερή.
- Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα γιατί ο εργάτης ασκεί σε αυτό δύναμη σταθερού μέτρου.
- Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα, επομένως υπάρχουν τριβές.
- Τίποτα από τα παραπάνω.

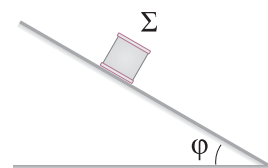
28. Ένα σώμα αφήνεται να γλιστρήσει προς τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$. Το σώμα γλιστρά με σταθερή ταχύτητα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος-δαπέδου είναι:

- $\mu=0,1$
- $\mu=0,8$
- $\mu=0,5$
- $\mu=\sqrt{3}/3$

29. Στο βάδισμα ενός ανθρώπου η τριβή πάνω σε αυτόν:

- έχει φορά προς τα πίσω.
- είναι μηδέν.
- αντιτίθεται στην κίνηση του ανθρώπου.
- έχει φορά αντίθετη προς τη φορά που τείνει να γλιστρήσει..

30. Το σώμα Σ του σχήματος ισορροπεί στο πλάγιο επίπεδο γωνίας φ . Για το συντελεστή τριβής μεταξύ των επιφανειών του σώματος και του επιπέδου ισχύει:



- $\mu=\eta\mu\varphi$
- $\mu=\sigma\upsilon\eta\varphi$
- $\mu=\epsilon\varphi\varphi$
- τίποτα από τα παραπάνω.

31. Η τριβή ολίσθησης που δέχεται ένα σώμα όταν βρίσκεται σε μια επιφάνεια

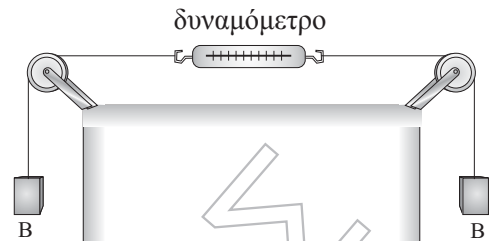
- αντιστέκεται στην κίνηση του σώματος
- είναι κάθετη στην διεύθυνση κίνησης του σώματος
- δεν επιτρέπει στο σώμα να κινηθεί
- είναι ομόρροπη με την ταχύτητα του σώματος.

32. Ένα σώμα κινείται με την επίδραση δύο οριζόντιων δυνάμεων F_1 και F_2 πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με σταθερή ταχύτητα, ίδιας φοράς με της F_1 .

- Οι δύο δυνάμεις αποτελούν ζεύγος δράσης-αντίδρασης.
- Οι δύο δυνάμεις είναι ομόρροπες.
- Οι δύο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα και αντίθετες φορές.
- Ισχύει $F_1 > F_2$

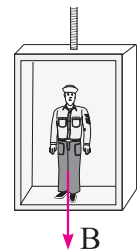
- 33.** Ένα σώμα κατεβαίνει ένα κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Στο σώμα
- ασκείται σταθερή συνισταμένη δύναμη
 - δεν ασκείται καμία δύναμη.
 - ασκούνται δυνάμεις, αλλά η συνισταμένη τους είναι ίση με το μηδέν.
 - δεν υπάρχει τριβή.

- 34.** Τα σώματα που κρέμονται από τις τροχαλίες του σχήματος έχουν βάρος B . Το δυναμόμετρο μετρά:



- B
- $2B$
- $4B$
- τίποτα από τα παραπάνω.

- 35.** Ο άνθρωπος του σχήματος βρίσκεται στο ασανσέρ και δεν νιώθει το βάρος του. Αυτό που συμβαίνει είναι:



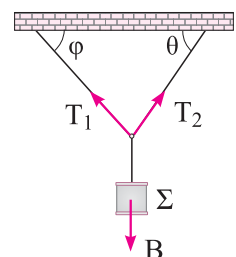
- Το ασανσέρ επιταχύνεται προς τα πάνω.
- Το ασανσέρ επιταχύνεται προς τα κάτω.
- Κάτι κακό έχει συμβεί. Θα έχει κοπεί το συματόσχοινο.
- Η φαντασία του είναι. Πάντα οι άνθρωποι νιώθουν το βάρος τους.

Ερωτήσεις σωστού - λάθους

- 36.** Μια δύναμη μέτρου F αναλύεται σε δύο συνιστώσες F_x και F_y . Αν η γωνία μεταξύ της δύναμης F και της F_y είναι φ , τότε:

- $F_y < F$
- $F_x = F \cos \varphi$
- $F_x > F$
- $F_y = F \sin \varphi$

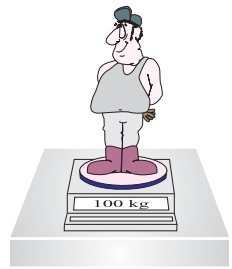
- 37.** Ένα σώμα βάρους B ισορροπεί κρεμασμένο μέσω τριών αβαρών νημάτων



- Αν $\varphi = \theta$, τότε $T_1 = T_2$
- Αν $\varphi = \theta = 45^\circ$ τότε $B = T_1 \sqrt{2}$
- Αν $\theta = \varphi$, τότε ο φορέας του βάρους διχοτομεί τη γωνία μεταξύ των νημάτων 1 και 2.
- Αν $\theta \neq \varphi$, τότε η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα δεν είναι μηδέν.

- 38.** Ένα τρένο με πολλά βαγόνια ξεκινά αργά. Αυτό συμβαίνει για τους εξής λόγους.
- Η ολική μάζα του τρένου και των βαγονιών είναι πολύ μεγάλη, επομένως σύμφωνα με τη σχέση $a = F/m$, η επιτάχυνση του τρένου είναι μικρή.
 - Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των συνδέσεων των βαγονιών εξαρτώνται από την επιτάχυνση του τρένου. Αν το τρένο ξεκινά αργά, οι δυνάμεις αυτές είναι μικρότερες.
 - Με μικρή επιτάχυνση, η κινητήρια δύναμη της μηχανής του τρένου είναι μικρότερη.
 - Αποφεύγονται οι καταπονήσεις στις γραμμές του τρένου.

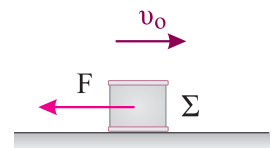
39. Ο άνθρωπος του σχήματος ισορροπεί πάνω στη ζυγαριά που είναι στερεωμένη στο έδαφος.
- Όλες οι ασκούμενες δυνάμεις στον άνθρωπο είναι δυνάμεις επαφής.
 - Στον άνθρωπο ασκούνται δύο δυνάμεις. Το βάρος του και η αντίδραση από τη ζυγαριά.
 - Το βάρος του ανθρώπου και η αντίδραση από τη ζυγαριά έχουν σχέση δράσης - αντίδρασης.
 - Η αντίδραση του βάρους του ανθρώπου είναι η έλξη της Γης από τον άνθρωπο και έχει σημείο εφαρμογής το κέντρο της Γης.



40. Ένα σώμα αφήνεται πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ . Αυτό θα κινηθεί προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου αν είναι:
- το επίπεδο λείο.
 - το επίπεδο έχει τριβή και είναι: $B\eta\mu\varphi > T_{οϕ}$.
 - το επίπεδο έχει τριβή και είναι: $\epsilon\varphi\varphi > \mu$.
 - το σώμα πάντα θα κινηθεί προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

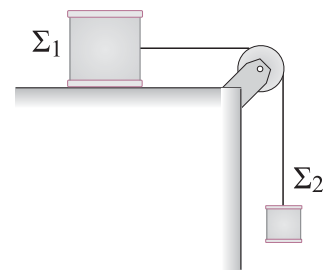
41. Η στατική τριβή που δέχεται ένα σώμα όταν βρίσκεται σε μια επιφάνεια
- αντιστέκεται στη δύναμη που τείνει να κινήσει το σώμα
 - έχει σταθερό μέτρο
 - είναι μεγαλύτερη από την οριακή τριβή
 - εξαρτάται από το μέτρο της δύναμης που προσπαθεί να κινήσει το σώμα.

42. Ένα σώμα κινείται με ταχύτητα v_0 προς τα δεξιά. Κάποια χρονική στιγμή ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη F προς τα αριστερά και αυτό επιβραδύνεται μέχρι να σταματήσει. Η τριβή που ασκείται μεταξύ σώματος και εδάφους:
- έχει φορά προς τα δεξιά.
 - έχει φορά προς τα αριστερά.
 - έχει την ίδια φορά με τη δύναμη.
 - έχει την ίδια φορά με την ταχύτητα.

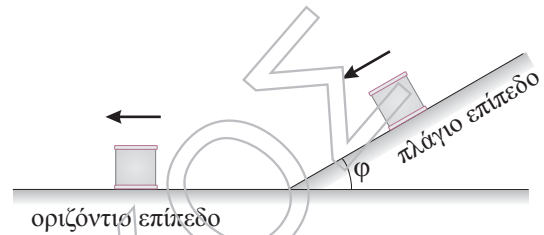


43. Από τις παρακάτω δυνάμεις:
- το βάρος ενός σώματος είναι δύναμη από απόσταση
 - η τάση του νήματος είναι δύναμη επαφής
 - η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ δύο φορτίων είναι δύναμη από απόσταση
 - δ. η τριβή ολίσθησης είναι δύναμη από απόσταση.
44. Ένα σώμα βάρους B κινείται σε οριζόντια πλατφόρμα. Η τριβή ολίσθησης που ασκείται σε αυτό εξαρτάται:
- από τη φύση της επιφάνειας της πλατφόρμας
 - από τη φύση της επιφάνειας επαφής του σώματος με την πλατφόρμα
 - από την ταχύτητα του σώματος
 - από το βάρος του σώματος.

45. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 δένονται μεταξύ τους μέσω αβαρούς και μη ελαστικού σχοινιού. Το σώμα Σ_1 ακουμπάει σε λεία επιφάνεια και η τροχαλία είναι αβαρής.
- Αν το σώμα Σ_2 είναι ελαφρύ και $m_1 \gg m_2$, το σώμα Σ_1 δεν θα κινηθεί.
 - Το μέτρο της τάσης του σχοινιού είναι μικρότερο από το βάρος του σώματος Σ_2 .
 - Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας θα είναι ίδιος και για τα δύο σώματα.
 - Η επιτάχυνση κάθε σώματος είναι: $\alpha = B_2 / (m_1 + m_2)$

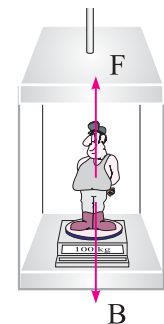


46. Το σώμα του σχήματος βάρους w κατεβαίνει το πλάγιο επίπεδο γωνίας φ και μεταφέρεται στο οριζόντιο που έχει τον ίδιο συντελεστή τριβής με το πλάγιο. Αν T_1 και T_2 οι τριβές ολίσθησης στο πλάγιο και οριζόντιο επίπεδο αντίστοιχα ισχύουν:

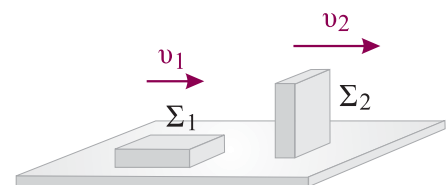


- $T_1 = T_2$
- $T_1 > T_2$
- $T_1 < T_2$
- $T_1 = T_2 \sin \varphi$

47. Ο άνθρωπος του σχήματος βρίσκεται στο ασανσέρ και μετρά τη μάζα του με τη βοήθεια μιας ζυγαριάς. Η ζυγαριά θα δείξει τη σωστή ένδειξη όταν το ασανσέρ:
- ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα.
 - κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα.
 - ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση.
 - είναι σταματημένο.

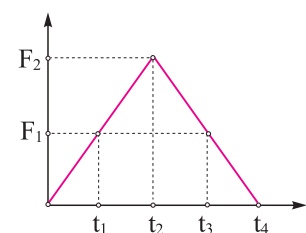


48. Δύο ίδια σώματα έχουν τη μορφή παραλληλεπίπεδου και είναι τοποθετημένα σε τραπέζι όπως στο σχήμα και σύρονται ώστε να κινούνται με σταθερή ταχύτητα. Όλες οι επιφάνειες κάθε σώματος είναι από το ίδιο υλικό.



- Η τριβή ολίσθησης που αναπτύσσεται στο σώμα Σ_1 είναι μεγαλύτερη σε μέτρο αυτής που αναπτύσσεται στο σώμα Σ_2 .
- Η αντίδραση από το έδαφος που ασκείται στο σώμα Σ_1 είναι ίδια σε μέτρο με αυτήν που αναπτύσσεται στο σώμα Σ_2 .
- Τα σώματα σύρονται στο οριζόντιο επίπεδο με τη ίδια οριζόντια δύναμη
- Αν $v_2 > v_1$, τότε η τριβή ολίσθησης του Σ_2 είναι μεγαλύτερη από αυτήν του Σ_1 .

49. Σε σώμα που είναι ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο, ασκείται οριζόντια δύναμη της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα. Η τριβή ολίσθησης που εμφανίζεται στο σώμα έχει μέτρο $T = F_1$.

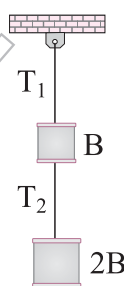


- Το σώμα θα ξεκινήσει αμέσως.
- Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος εμφανίζεται όταν $F = F_2$.
- Το σώμα θα αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητά του τη χρονική στιγμή t_3 .
- Η μέγιστη επιτάχυνση του σώματος εμφανίζεται όταν $F = F_2$.

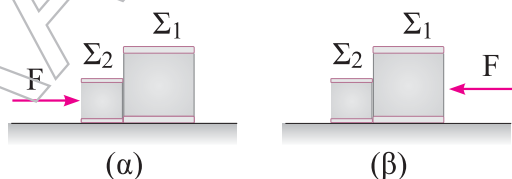
Ερωτήσεις κατανόησης

- 50.** Ένας άνθρωπος ισορροπεί ακίνητος στο έδαφος. Αν το βάρος του B είναι η δράση, τότε σύμφωνα με τον 3^ο νόμο του Νεύτωνα η αντίδραση:
- είναι η αντίδραση από το έδαφος.
 - είναι η δύναμη που ασκεί ο άνθρωπος στη Γη.
 - είναι η δύναμη που ασκεί ο άνθρωπος στο έδαφος.
- Με ποιο από τα παραπάνω συμφωνείτε; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

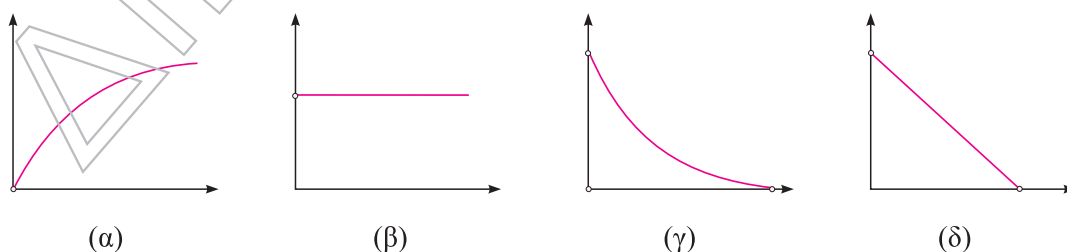
- 51.** Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 με βάρη B και $2B$ αντίστοιχα, κρέμονται μέσω αβαρών νημάτων από την οροφή, όπως στο σχήμα.
- Οι τάσεις στα δύο νήματα έχουν ίδιο μέτρο.
 - Ισχύει $T_1 = B$ και $T_2 = 3B$.
 - Ισχύει $T_1 = 3B$ και $T_2 = 2B$.
- Με ποιο από τα παραπάνω συμφωνείτε; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



- 52.** Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν διαφορετική μάζα ($m_1 > m_2$) και είναι ενωμένα ισορροπώντας στο λείο οριζόντιο επίπεδο.
- Αν ασκηθεί οριζόντια δύναμη μέτρου F στο σώμα Σ_2 (σχήμα α), η δύναμη που θα ασκείται στη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ των σωμάτων θα είναι μικρότερη της F .
 - Αν ασκηθεί οριζόντια δύναμη μέτρου F στο σώμα Σ_1 (σχήμα β), η δύναμη που θα ασκείται στη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ των σωμάτων θα είναι μεγαλύτερη της F .
 - Η δύναμη που ασκείται στη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ των σωμάτων είναι ίδια σε μέτρο είτε ασκηθεί η οριζόντια δύναμη μέτρου F στο σώμα Σ_1 είτε ασκηθεί η οριζόντια δύναμη μέτρου F στο σώμα Σ_2 .
- Με ποιο από τα παραπάνω συμφωνείτε; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

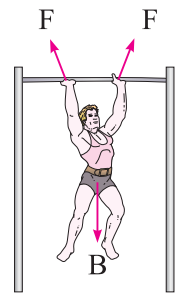


- 53.** Ένας αλεξιπτωτιστής πέφτει από μεγάλο ύψος. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα δείχνει:



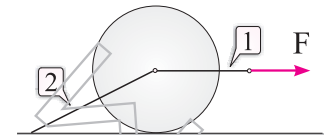
- την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του αλεξιπτωτιστή σε συνάρτηση με το χρόνο
- την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης του αλεξιπτωτιστή σε συνάρτηση με το χρόνο.

54. Ένας αθλητής κρέμεται σε μονόζυγο. Ποια είναι η γωνία που πρέπει να σχηματίζουν τα χέρια του ώστε αυτός να καταβάλει τη μικρότερη δυνατή προσπάθεια;



55. Τα αβαρή νήματα 1 και 2 έχουν τα ίδια όρια θραύσης. Ασκούμε οριζόντια δύναμη F στο άκρο του νήματος 1.

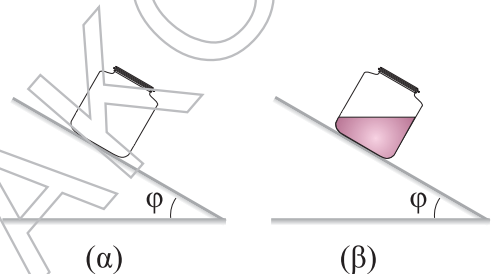
- α. Θα κοπεί πρώτα το νήμα 1.
β. Θα κοπεί πρώτα το νήμα 2.
γ. Θα κοπούν ταυτόχρονα και τα δύο νήματα.



Με ποιο από τα παραπάνω συμφωνείτε; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

56. Στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος ισορροπεί λόγω των τριβών ένα άδειο δοχείο (σχήμα α).

- α. Αν το δοχείο γεμίσει με νερό (σχήμα β), αυτό θα κινηθεί προς τα κάτω.
β. Αν το δοχείο γεμίσει με νερό (σχήμα β), αυτό θα συνεχίσει να ισορροπεί.
γ. Το σχήμα είναι λάθος. Δεν είναι δυνατόν να ισορροπεί το δοχείο σε κεκλιμένο επίπεδο.



Με ποιο από τα παραπάνω συμφωνείτε; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

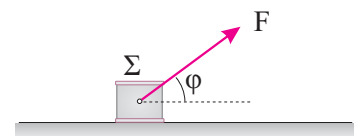
57. Ένα σώμα ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται τη στιγμή $t=0$ οριζόντια δύναμη της μορφής $F=5t$ (S.I.). Το σώμα ξεκινά τη στιγμή $t=2s$.

- α. Η τριβή που ασκείται στο σώμα είναι σταθερή και ίση με 10N.
β. Όταν το σώμα ξεκινήσει, θα εκτελέσει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
γ. Μέχρι το σώμα να ξεκινήσει, η στατική τριβή δίνεται από τη σχέση $T=5t$ (S.I.)

Με ποιο από τα παραπάνω συμφωνείτε; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

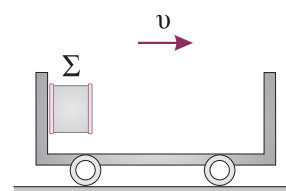
58. Στο σώμα του σχήματος μάζας m ασκείται δύναμη μέτρου F η οποία σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα και ο συντελεστής τριβής μεταξύ των επιφανειών επαφής είναι μ . Το μέτρο της δύναμης δίνεται από τη σχέση

α. $F = \frac{\mu mg}{\sin\varphi - \mu \cdot \eta \mu\varphi}$ β. $F = \mu mg \cdot \eta \mu\varphi$ γ. $F = \frac{\mu mg}{\sin\varphi}$



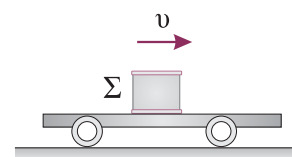
Με ποιο από τα παραπάνω συμφωνείτε; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

59. Το καρότσι του σχήματος κινείται προς τα δεξιά. Στο κατακόρυφο τοίχωμα του καροτσιού ισορροπεί ένας κύβος. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κατακόρυφου τοιχώματος και του κύβου είναι μ . Για να ισορροπεί οριζικά ο κύβος στο κατακόρυφο τοίχωμα θα πρέπει το καρότσι:



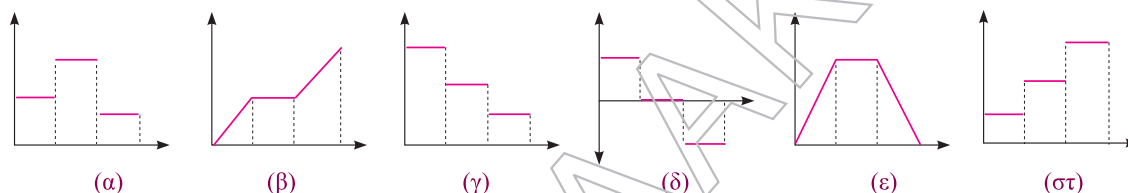
- α. να κινείται με σταθερή ταχύτητα.
- β. να κινείται με επιτάχυνση $a = \mu \cdot g$
- γ. να κινείται με επιτάχυνση $a = g/\mu$.
- δ. δεν είναι δυνατόν να ισορροπεί ο κύβος στο κατακόρυφο τοίχωμα.

60. Ένα όχημα κινείται προς τα δεξιά. Στην επιφάνεια του οχήματος είναι τοποθετημένος ένας κύβος. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ της επιφάνειας του οχήματος και του κύβου είναι μ . Ο κύβος δεν ολισθαίνει στο όχημα όταν:



- α. το όχημα κινείται με σταθερή ταχύτητα.
- β. το όχημα κινείται με επιτάχυνση $a < \mu \cdot g$
- γ. το όχημα κινείται με επιτάχυνση $a < g/\mu$.
- δ. το όχημα κινείται με επιτάχυνση $a < g$.

61. Ένας άνθρωπος βρίσκεται σε ασανσέρ και πατά το κουμπί για να ανέβει στον τέταρτο όροφο. Θεωρούμε ότι κατά το ξεκίνημα και το φρενάρισμα του ασανσέρ, η επιτάχυνση είναι σταθερή. Ποιό από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει:



- i. την ταχύτητα του ανθρώπου σε συνάρτηση με το χρόνο από τη στιγμή που το ασανσέρ ξεκινάει μέχρι να σταματήσει.
- ii. την τάση που αναπτύσσεται στο συρματόσχοινο του ασανσέρ από τη στιγμή που το ασανσέρ ξεκινάει μέχρι να σταματήσει.

Ασκήσεις - Προβλήματα

Σύνθεση ομοεπίπεδων δυνάμεων - ισορροπία δυνάμεων

62. Δύο δυνάμεις F_1 και F_2 που ενεργούν στο ίδιο σημείο έχουν ίδιο μέτρο ($F_1 = F_2 = 10\text{N}$) και σχηματίζουν γωνία $\varphi = 60^\circ$. Να βρείτε τη συνισταμένη τους.

(Απ: $F_{ολ} = 10\sqrt{3}\text{N}$, $\theta = 30^\circ$)

63. Να αναλυθεί μια δύναμη μέτρου $F = 10\sqrt{2}\text{N}$ σε δύο συνιστώσες, κάθετες μεταξύ τους, που να έχουν ίσα μέτρα.

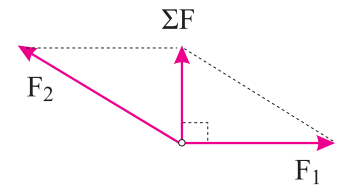
(Απ: $F_1 = F_2 = 10\text{N}$, $\theta = 45^\circ$)

64. Τρεις δυνάμεις ενεργούν σε ένα σημείο. Οι δύο δυνάμεις έχουν ίδιο μέτρο ($F_1 = F_2 = 10\text{N}$) και σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία $\varphi = 60^\circ$. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F_3 ώστε η συνισταμένη δύναμη να έχει μέτρο $\Sigma F = 10\text{N}$ και να βρίσκεται πάνω στη διχοτόμο της γωνίας φ .

Απ: $F_3 = 10(\sqrt{3}-1)$

65. Τρεις ίσες δυνάμεις μέτρου 10 N σχηματίζουν, ανά δύο, γωνία 120 μοιρών. Να προσδιοριστεί η συνισταμένη τους

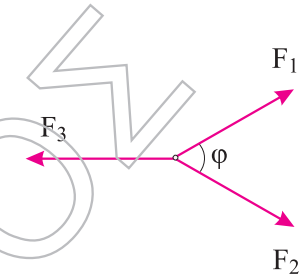
66. Για τις δυνάμεις του σχήματος ισχύουν τα εξής:
 $F_2 = 2F_1$, $F_1 = 10\text{N}$. και η ΣF είναι κάθετη στην F_1 .
 Να βρεθούν:



- α. η γωνία μεταξύ των δυνάμεων F_1 και F_2 .
 β. το μέτρο της συνισταμένης δύναμης.

(Απ: $\varphi = 120^\circ$, $\Sigma F = 10\sqrt{3}\text{ N}$)

67. Σε ένα σώμα μικρών διαστάσεων που ισορροπεί, ασκούνται τρεις δυνάμεις όπως στο σχήμα. Οι δυνάμεις F_1 και F_2 σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία $\varphi = 60^\circ$ και έχουν ίσα μέτρα ($F_1 = F_2 = F$). Ο φορέας της δύναμης F_3 περνά από την ευθεία που διχοτομεί τη γωνία φ και το μέτρο της F_3 είναι

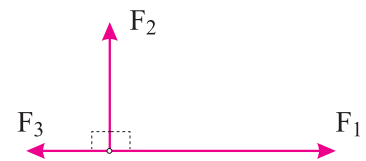


- α. F β. $F\sqrt{2}$ γ. $F\sqrt{3}$ δ. $2F$

68. Δύο δυνάμεις F_1 και F_2 που ενεργούν στο ίδιο σημείο σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία $\varphi = 150^\circ$. Αν το μέτρο της δύναμης F_1 ισούται με το μέτρο της συνισταμένης, να βρεθεί ο λόγος των μέτρων των δυνάμεων αυτών.

(Απ: $1/\sqrt{3}$)

69. Οι φορείς των τριών δυνάμεων του σχήματος περνούν από το ίδιο σημείο. Τα μέτρα των δυνάμεων είναι:
 $F_1 = 5\text{N}$, $F_2 = 3\text{N}$ και $F_3 = 1\text{N}$.
 Να βρείτε τη συνισταμένη δύναμη.



(Απ: $F = 5\text{N}$, $\epsilon\varphi\varphi = 3/4$)

70. Δίνεται δύναμη μέτρου $F = 10\text{N}$. Να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες F_1 και F_2 , οι οποίες να είναι κάθετες μεταξύ τους και η διεύθυνσή της F_1 , να σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^\circ$ με τη διεύθυνση της F .

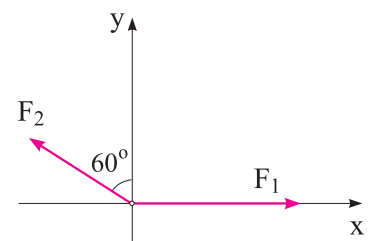
(Απ: $F_1 = 5\text{N}$, $F_2 = 5\sqrt{3}\text{ N}$)

71. Δύο δυνάμεις F_1 και F_2 ενεργούν σε ένα σημείο και τα μέτρα τους έχουν σχέση $F_2 = 2F_1$. Η συνισταμένη των δυνάμεων έχει μέτρο $\Sigma F = 6\text{N}$ και είναι κάθετη στη μικρότερη δύναμη. Να βρείτε τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 και τη γωνία που σχηματίζουν.

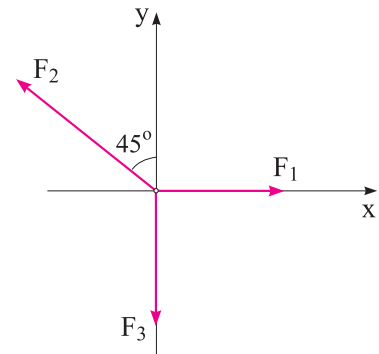
(Απ: $F_1 = 2\sqrt{3}\text{ N}$, $F_2 = 4\sqrt{3}\text{ N}$, 120°)

72. Να βρείτε τη συνισταμένη δύναμη.
 Δίνονται: $F_1 = 2\text{ N}$, $F_2 = \sqrt{3}\text{ N}$

(Απ: $\Sigma F = 1\text{N}$, 60°)

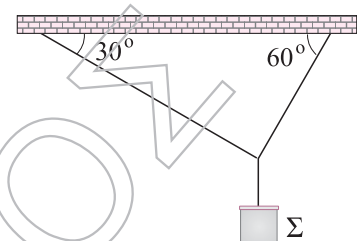


- 73.** Να βρείτε τη συνισταμένη δύναμη.
 Δίνονται: $F_1=2\text{ N}$, $F_2=3\sqrt{2}\text{ N}$, $F_3=2\text{ N}$



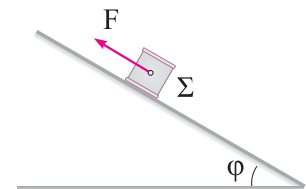
(Απ: $\Sigma F = \sqrt{2}\text{ N}$, 45°)

- 74.** Στο σχήμα, ένα σώμα βάρους $B=10\text{ N}$ κρέμεται από νήμα. Το αβαρές νήμα συνδέεται μέσω δύο άλλων αβαρών νημάτων που σχηματίζουν γωνίες 30° και 60° με την οροφή. Να βρείτε τις τάσεις των νημάτων.



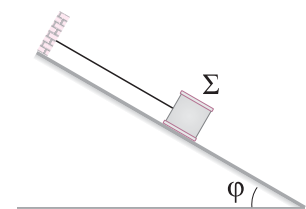
(Απ: $T_1=5\text{ N}$, $T_2=5\sqrt{3}\text{ N}$)

- 75.** Το σώμα Σ βάρους B ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο λόγω της δύναμης $F=10\text{ N}$ η οποία ασκείται σε αυτό σε διεύθυνση παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο. Η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\varphi=30^\circ$. Να βρείτε:
 α. το βάρος B του σώματος
 β. την αντίδραση N από το κεκλιμένο επίπεδο.



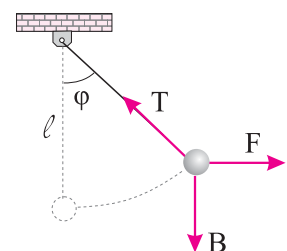
(Απ: $B=20\text{ N}$, $N=10\sqrt{3}\text{ N}$)

- 76.** Το σώμα Σ βάρους $B=10\text{ N}$ ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο μέσω αβαρούς νήματος που η άλλη του άκρη είναι στερεωμένη σε σταθερό σημείο. Η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\varphi=30^\circ$. Να βρείτε:
 α. την αντίδραση N από το κεκλιμένο επίπεδο
 β. την τάση T του νήματος.



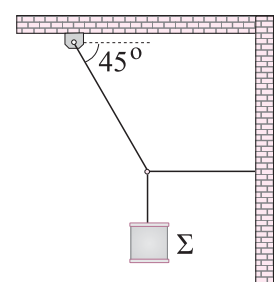
(Απ: $N=5\sqrt{3}\text{ N}$ και $T=5\text{ N}$)

- 77.** Στο σώμα Σ βάρους $B=10\text{ N}$, ασκείται οριζόντια δύναμη F και το νήμα σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφο. Η τάση θραύσης (όριο αντοχής) του αβαρούς νήματος είναι $T_{\theta\epsilon}=20\text{ N}$. Να βρείτε:
 α. το μέτρο της δύναμης F
 β. τη γωνία φ .



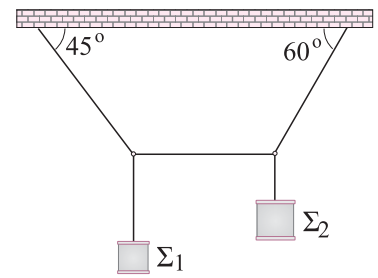
(Απ: $F=10\sqrt{3}\text{ N}$, $\varphi=60^\circ$)

- 78.** Το βάρος του σώματος Σ είναι $B=10\text{ N}$.
 Να βρείτε τις τάσεις των νημάτων.



(Απ: 10 N , $10\sqrt{2}\text{ N}$)

79. Να βρείτε τις τάσεις των αβαρών νημάτων και το βάρος του σώματος Σ_2 . Το βάρος του σώματος Σ_1 είναι $B_1=10\sqrt{2}$ N.

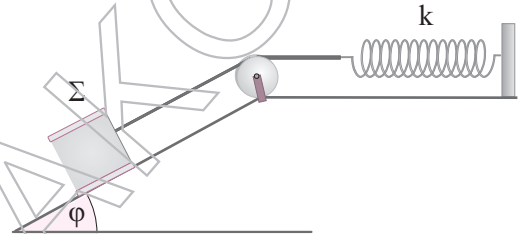


(Απ: $20\sqrt{2}$ N, 20N, $10\sqrt{2}$ N, $B_2=10\sqrt{6}$ N)

80. Ένα σώμα είναι κρεμασμένο μέσω αβαρούς σχοινού από την οροφή. Όταν στο σώμα ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου F , το σχοινί σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\varphi=30^\circ$. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το σχοινί με την κατακόρυφο, αν στο σώμα ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $3F$.

(Απ: $\theta=60^\circ$)

81. Στο διπλανό σχήμα το σώμα Σ με μάζα $\sqrt{2}$ kg ισορροπεί δεμένο στο ένα άκρο τεντωμένου νήματος. Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $k=100$ N/m. Η γωνία κλίσης του λείου κεκλιμένου επιπέδου είναι $\varphi=45^\circ$.



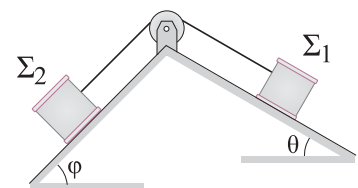
- α. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος.
β. Να υπολογίσετε την παραμόρφωση του ελατηρίου.
Δίνεται $g=10$ m/s².

(Απ: 10N, 0,1m)

82. Μια σφαίρα ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο όταν:
i. ασκείται σε αυτή δύναμη $F=10$ N παράλληλη στο επίπεδο
ii. ασκείται σε αυτή οριζόντια δύναμη $F=20$ N
Να βρείτε τη γωνία του κεκλιμένου επιπέδου.

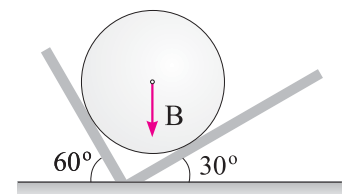
(Απ: $\varphi=60^\circ$)

83. Τα νήματα και η τροχαλία είναι αβαρή. Αν τα σώματα ισορροπούν, να βρεθεί η μάζα του σώματος Σ_1 .
Δίνονται: $m_2=2\sqrt{2}$ kg, $\varphi=45^\circ$, $\theta=30^\circ$.



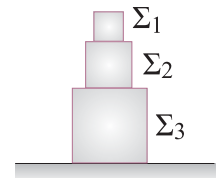
(Απ: $m_1=4$ kg)

84. Μια ομογενής σφαίρα βάρους $B=20$ N ακουμπά ισορροπώντας ανάμεσα στα δύο λεία επίπεδα που σχηματίζουν γωνίες 60° και 30° με το οριζόντιο έδαφος. Να βρείτε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούν τα επίπεδα στη σφαίρα.



(Απ: $10\sqrt{3}$ N, 10N)

- 85.** Οι τρεις ομογενείς κύβοι είναι φτιαγμένοι από το ίδιο υλικό και ισορροπούν ο ένας πάνω στον άλλον. Η ακμή του κύβου Σ_1 είναι α , του κύβου Σ_2 είναι 2α και του κύβου Σ_3 είναι 3α . Η μάζα του μικρότερου κύβου είναι $m = 1\text{ kg}$. Δίνεται ο όγκος κύβου ακμής α , $V = \alpha^3$. Να βρείτε:
- τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται ο κύβος Σ_2 .
 - τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται ο κύβος Σ_3 .



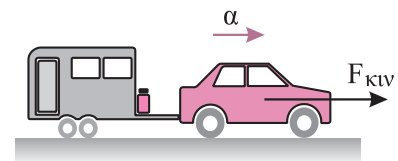
(Απ: $F_1 = 10\text{ N}$, $F_3 = 90\text{ N}$, $F_2 = 90\text{ N}$, $N_3 = 360\text{ N}$)

2^{ος} - 3^{ος} νόμος Νεύτωνα - Τριβή ολίσθησης

- 86.** Δύο ίδιου μέτρου $F = 20\sqrt{2}\text{ N}$ οριζόντιες δυνάμεις ενεργούν πάνω σ'ένα υλικό σημείο μάζας m υπό γωνία $\varphi = 90^\circ$. Να βρείτε τη μάζα του υλικού σημείου αν αυτό κινείται ευθύγραμμα και διατρέχει απόσταση $x = 100\text{ m}$ σε χρόνο $t = 4\text{ s}$. Αμελείστε τις τριβές.
- (Απ: $m = 3,2\text{ kg}$)

- 87.** Μια οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 50\text{ N}$ ασκείται σε ένα σώμα μάζας $m = 15\text{ kg}$ το οποίο βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο μέσω ενός σχοινιού με άλλο σώμα μάζας $m_2 = 10\text{ kg}$. Να βρείτε τη δύναμη που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο.
- (Απ: $F' = 20\text{ N}$)

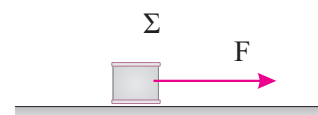
- 88.** Σε λείο οριζόντιο δρόμο κινείται αυτοκίνητο μάζας $m = 1000\text{ kg}$ που σέρνει τροχόσπιτο μάζας $m_t = 500\text{ kg}$. Η επιτάχυνση που προκαλεί η κινητήρια δύναμη της μηχανής του αυτοκινήτου στο σύστημα είναι $\alpha = 1\text{ m/s}^2$. Να βρείτε:



- την κινητήρια δύναμη της μηχανής
- τη δύναμη που ασκείται από το αυτοκίνητο στο τροχόσπιτο.

(Απ: $F_{\kappa\iota\nu} = 1.500\text{ N}$, $T = 500\text{ N}$)

- 89.** Ένας κύβος Σ μάζας 10 kg σύρεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης F σε οριζόντιο επίπεδο με επιτάχυνση 25 m/s^2 . Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κύβου και του οριζοντίου επιπέδου είναι $0,2$ να υπολογισθούν:

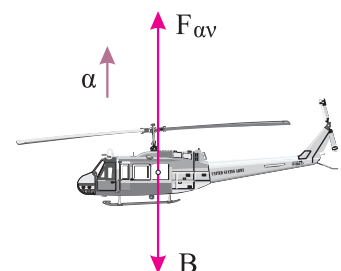


- Η κάθετη δύναμη που ασκεί το οριζόντιο επίπεδο στο σώμα
- η δύναμη F

Δίνεται: $g = 10\text{ m/s}^2$.

(Απ: 100 N , 270 N)

- 90.** Ένα ελικόπτερο μάζας $M = 3.000\text{ kg}$ και οι επιβάτες του μάζας $m = 500\text{ kg}$ απογειώνονται κατακόρυφα με επιτάχυνση $\alpha = 2\text{ m/s}^2$. Να βρείτε:

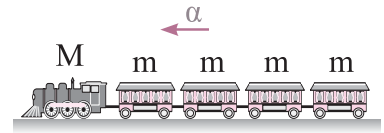


- την ανυψωτική δύναμη του ελικοπτέρου
- τη δύναμη που ασκείται στους επιβάτες από το κάθισμα του ελικοπτέρου.

Δίνεται: $g = 10\text{ m/s}^2$.

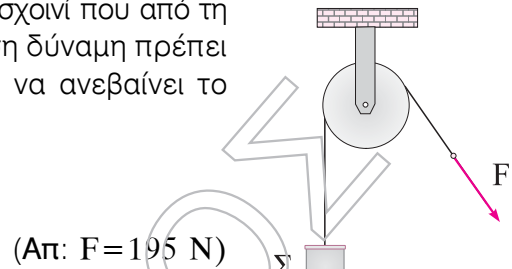
(Απ: $F_{\alpha\nu} = 42.000\text{ N}$, $F_{\epsilon} = 6.000\text{ N}$)

- 91.** Η ατμομηχανή έχει μάζα $M=20.000\text{kg}$ και τα βαγόνια έχουν μάζα $m=10.000\text{kg}$. Ο συρμός ξεκινά με επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$. Να βρείτε:
- την κινητήρια δύναμη της ατμομηχανής
 - τις τάσεις στα σημεία σύνδεσης του προτελευταίου βαγονιού.



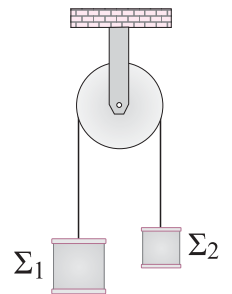
(Απ: $F=120.000\text{N}$, $T_1=40.000\text{N}$, $T_2=20.000\text{N}$)

- 92.** Από το αυλάκι αβαρούς τροχαλίας περνάει αβαρές σχοινί που από τη μια άκρη του κρεμάμε σώμα μάζας $m=15\text{kg}$. Πόση δύναμη πρέπει να ασκήσουμε στην άλλη άκρη του σχοινιού για να ανεβαίνει το σώμα με επιτάχυνση $a=3\text{m/s}^2$;
Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.



(Απ: $F=195\text{ N}$)

- 93.** Η τροχαλία και το νήμα είναι αβαρή. Το σύστημα των σωμάτων αφήνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ελεύθερο να κινηθεί. Να βρείτε την ταχύτητα των σωμάτων μετά από $t=2\text{s}$.
Δίνονται $m_1=3\text{kg}$, $m_2=1\text{kg}$ και $g=10\text{ m/s}^2$.



(Απ: $v=10\text{m/s}$)

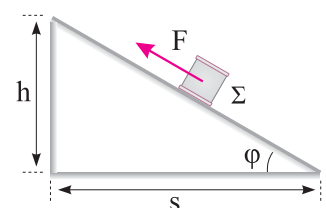
- 94.** Σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ . Να βρείτε:
- το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα και το συγκρατεί στη θέση αυτή.
 - το διάστημα που θα διανύσει το σώμα σε χρόνο $t=2\text{s}$ αν η οριζόντια δύναμη καταργηθεί.
- Δίνεται: $\eta\mu\varphi=0.6$, $\sigma\upsilon\upsilon\varphi=0.8$, $g=10\text{m/s}^2$.

(Απ: $F=15\text{N}$, $x=12\text{m}$)

- 95.** Σε ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ που βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντια επιφάνεια ασκούνται δύο κάθετες μεταξύ τους οριζόντιες δυνάμεις μέτρων $F_1=12\text{N}$ και $F_2=16\text{N}$. Να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος
- αν η επιφάνεια είναι λεία
 - αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιφάνειας είναι $\mu=0,2$.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

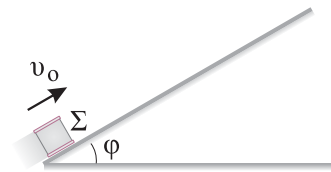
(Απ: 10m/s^2 , 8m/s^2)

- 96.** Να βρείτε το μέτρο της σταθερής δύναμης F η οποία πρέπει να ασκηθεί στο σώμα Σ παράλληλα στο επίπεδο ώστε το σώμα να κινείται με σταθερή ταχύτητα.
Δίνονται: $h=3\text{m}$, $s=4\text{m}$, $m=3\text{kg}$ και $g=10\text{m/s}^2$.



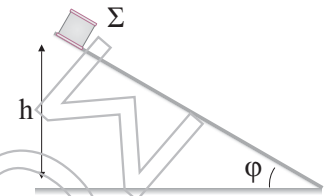
(Απ: $F=18\text{N}$)

- 97.** Ένα σώμα Σ εκτοξεύεται από τη βάση του λείου κεκλιμένου επιπέδου με ταχύτητα $v_0=30\text{m/s}$ προς την κορυφή του. Αν η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\varphi=30^\circ$ να βρείτε:
- σε ποια απόσταση το σώμα θα σταματήσει στιγμιαία.
 - μετά από πόσο χρόνο θα συμβεί αυτό.
 - μετά από πόσο χρόνο θα επανέλθει στην αρχική του θέση.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



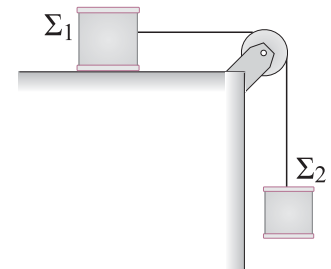
(Απ: 90m , 6s , 12s)

- 98.** Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας 30° και από ύψος $h=2\text{m}$ αφήνουμε να ολισθήσει σώμα όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\mu=\frac{\sqrt{3}}{5}$ να υπολογισθούν:
- Η επιτάχυνση του σώματος
 - ο χρόνος τον οποίο χρειάζεται το σώμα για να φθάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$



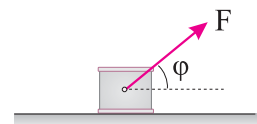
(Απ: 2 m/s² , 2 s)

- 99.** Τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 μαζών $m_1=3\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ δένονται μέσω αβαρούς σχοινιού όπως στο σχήμα. Η τροχαλία είναι αβαρής. Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί. Να βρείτε την επιτάχυνση που θα αποκτήσουν τα σώματα αν:
- δεν υπάρχουν τριβές.
 - ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος Σ_1 και του οριζοντίου επιπέδου είναι $\mu=0,2$.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



(Απ: 4m/s² , 2,8m/s²)

- 100.** Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο και δέχεται δύναμη $F=20\text{N}$, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι $\mu=0,5$ και η δύναμη σχηματίζει γωνία φ με το έδαφος τέτοια ώστε $\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,8$. Να βρείτε το μέτρο της δύναμης της τριβής.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

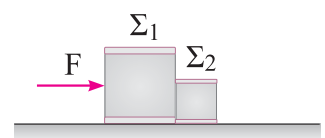


(Απ: T=4N)

- 101.** Κιβώτιο βάρους 500N ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Με την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης 150N το κιβώτιο μετακινείται κατά 3m . Στη συνέχεια η δύναμη παύει να ενεργεί και το κιβώτιο σταματά αφού διανύσει ακόμα διάστημα $0,6\text{m}$. Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και οριζοντίου επιπέδου.

(Απ: $\mu=0,25$)

- 102.** Σε λείο επίπεδο, ισορροπούν δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 μαζών $m_1=4\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ αντίστοιχα που βρίσκονται σε επαφή. Ασκούμε οριζόντια δύναμη $F=12\text{N}$ στο σώμα Σ_1 . Να βρείτε:
- την επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σύστημα των μαζών.
 - τη δύναμη που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο.

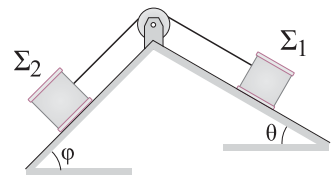


(Απ: 2m/s² , 4N)

103. Το σύστημα των σωμάτων αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί. Να βρείτε:

- α. προς ποια κατεύθυνση θα μετακινηθούν τα σώματα.
β. την επιτάχυνση του συστήματος.

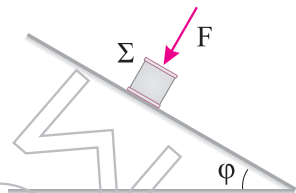
Δίνονται $m_1 = 1,5\text{kg}$, $m_2 = 2,5\text{kg}$, $\theta = 30^\circ$, $\eta\mu\varphi = 0,8$ και $g = 10\text{ m/s}^2$.



(Απ: $\alpha = 3,125\text{m/s}^2$)

104. Ποιο είναι το μέτρο της δύναμης F που ασκείται κάθετα στο σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ ώστε αυτό να κατέρχεται με σταθερή ταχύτητα σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi = 30^\circ$ αν ο συντελεστής τριβής είναι $\mu = \sqrt{3}/6$;

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

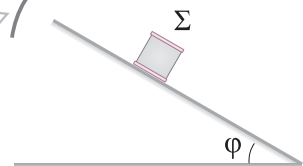


(Απ: $F = 10\sqrt{3}\text{N}$)

105. Ένα σώμα ηρεμεί πάνω σε μια σανίδα που μπορεί να λάβει διάφορες γωνίες κλίσης. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σανίδας και σώματος είναι $\mu = \sqrt{3}/3$. Αυξάνουμε προοδευτικά τη γωνία κλίσης της σανίδας και παρατηρούμε ότι για μια συγκεκριμένη γωνία το σώμα αρχίζει να κατέρχεται με σταθερή ταχύτητα. Να βρείτε:

- α. τη γωνία φ
β. την επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα αν η γωνία κλίσης είναι 60° .

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

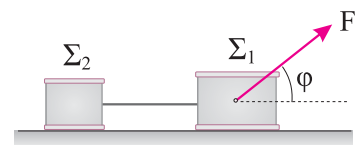


(Απ: 30° , $10\sqrt{3}/3\text{ m/s}^2$)

106. Δύναμη μέτρου $F = 20\text{N}$ ασκείται σε σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2,5\text{kg}$ σε γωνία φ ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ_1 είναι ενωμένο μέσω αβαρούς νήματος με το σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1,5\text{kg}$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των σωμάτων και του εδάφους είναι $\mu = 0,2$. Να βρείτε:

- α. την επιτάχυνση του συστήματος
β. την τάση του νήματος

Δίνονται επίσης: $\eta\mu\varphi = 0,6$ και $g = 10\text{m/s}^2$.



(Απ: $\alpha = 2,6\text{m/s}^2$, $T = 6,9\text{N}$)

107. Σε σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ που ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκείται δύναμη μέτρου $F = 10\sqrt{2}\text{N}$ με γωνία $\varphi = 45^\circ$ ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Να βρείτε το διάστημα που θα διανύσει το σώμα μέχρι η ταχύτητά του να γίνει $v = 15\text{m/s}$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\mu = 0,1$.

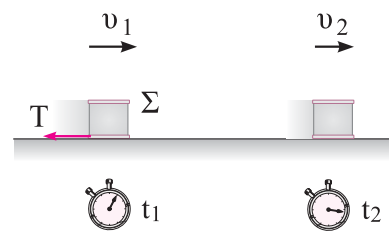
Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

(Απ: $x = 25\text{m}$)

108. Αυτοκίνητο ανεβαίνει κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$ χωρίς να λειτουργεί η μηχανή του. Στην αρχή του κεκλιμένου επιπέδου η ταχύτητά του είναι $v_0 = 20\text{m/s}$. Να βρείτε το διάστημα που θα διανύσει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής μεταξύ του αυτοκινήτου και του επιπέδου είναι $\mu = \sqrt{3}/5$ και $g = 10\text{m/s}^2$.

(Απ: $x = 25\text{m}$)

- 109.** Το σώμα Σ του σχήματος κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο επίπεδο επιβραδυνόμενο λόγω της σταθερής τριβής ολίσθησης. Τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$ το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι $v_1=8\text{m/s}$ ενώ τη χρονική στιγμή $t_2=4\text{s}$, το μέτρο της ταχύτητάς του είναι 5m/s . Να βρείτε:



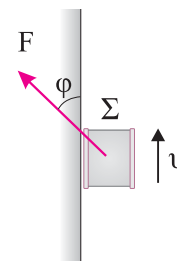
- α. την επιβράδυνση του σώματος
 β. το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου.
 Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

(Απ: -1m/s^2 , $0,1$)

- 110.** Από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου ρίχνουμε προς τα πάνω ένα σώμα με αρχική ταχύτητα v_0 που κινείται πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Αν η γωνία κλίσης του επιπέδου είναι $\varphi=45^\circ$ και οι χρόνοι ανόδου και καθόδου του σώματος έχουν λόγο $t_{\alpha\psi}/t_{\kappa\alpha\theta}=3$, να βρείτε το συντελεστή τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου.

(Απ: $\mu=0,8$)

- 111.** Το σώμα του διπλανού σχήματος έχει μάζα $m=1,7\text{kg}$ και ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα στον κατακόρυφο τοίχο. Ποια δύναμη ασκείται σε αυτό με γωνία φ (η $\mu\varphi=0,6$) ώστε να συμβεί αυτό; Δίνονται: συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος τοίχου $\mu=0,2$ και $g=10\text{m/s}^2$.



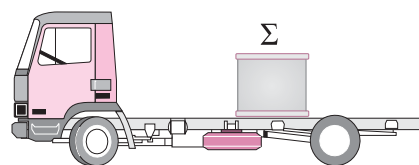
(Απ: $F=25\text{N}$)

- 112.** Από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ εκτοξεύεται προς τα πάνω σώμα με αρχική ταχύτητα v_0 . Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος - επιπέδου είναι \sqrt{e} .

- α. Αν το σώμα ανεβαίνει διανύοντας διάστημα $0,1\text{m}$ στο κεκλιμένο επίπεδο, να υπολογιστεί η αρχική ταχύτητα v_0 .
 β. Να εξεταστεί αν το σώμα θα αρχίσει στη συνέχεια να κατέρχεται. Εάν αυτό συμβεί, να υπολογιστεί η επιτάχυνση με την οποία κατέρχεται το σώμα. Ο συντελεστής οριακής τριβής σώματος-επιπέδου είναι ίσος με το συντελεστή τριβής ολίσθησης. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

(Απ: 2m/s)

- 113.** Ένα φορτηγάκι μεταφέρει κιβώτιο Σ μάζας $m=500\text{kg}$ κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $v_0=20\text{m/s}$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του δαπέδου του φορτηγού και του κιβωτίου είναι $\mu=0,5$. Κάποια χρονική στιγμή, ο οδηγός του φορτηγού φρενάρει με σταθερή επιβράδυνση. Να βρείτε:



- α. το μέτρο της μέγιστης επιβράδυνσης του αυτοκινήτου ώστε το κιβώτιο να μην ολισθαίνει πάνω στο δάπεδο.

- β. την απόσταση που θα διανύσει το φορτηγό μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

(Απ: 5m/s^2 , 40m)

- 114.** Σε σώμα μάζας $m=0,3\text{kg}$ που βρίσκεται σε λείο επίπεδο ασκείται δύναμη μέτρου $F=3\text{N}$ με γωνία $\varphi=60^\circ$ ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Μετά από χρόνο $t=3\text{s}$, το σώμα διαχωρίζεται σε δύο σώματα μαζών m_1 και m_2 όπου $m_2=2m_1$. Η δύναμη F συνεχίζει να ασκείται στο σώμα μάζας m_1 . Να βρείτε πόσο απέχουν τα σώματα, 2s μετά τη διάσπασή τους.

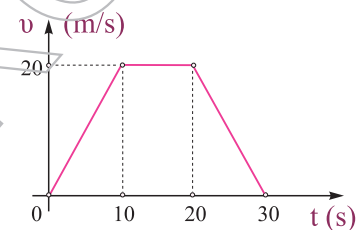
(Απ: $x=30\text{m}$)

- 115.** Ένα σώμα μάζας 10kg , βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης 30° , με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=\sqrt{2}$. Αν $g=10\text{m/s}^2$ να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F που πρέπει να ασκείται στο σώμα παράλληλα προς το κεκλιμένο επίπεδο ώστε το σώμα:

- α. να ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα.
β. να ανεβαίνει με επιτάχυνση 2m/s^2
γ. να κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα.

(Απ: 200N, 220N, 100N)

- 116.** Ένα κινητό μάζας 1kg , δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης F , της οποίας το μέτρο μπορεί να μεταβάλλεται και κινείται όπως περιγράφεται στο διάγραμμα $v-t$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος-δαπέδου είναι $\mu=0,1$. Αν η επιτάχυνση βαρύτητας στην περιοχή είναι $g=10\text{m/s}^2$, να γίνουν τα διαγράμματα



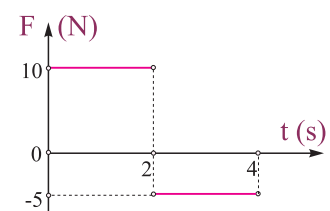
- α. $F=f(t)$
β. $\Sigma F=f(t)$.

- 117.** Σε σώμα που βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας $\varphi=30^\circ$ ασκείται δύναμη μέτρου F προς τα πάνω και παράλληλα στο επίπεδο και το σώμα κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Αν το μέτρο της δύναμης διπλασιαστεί, το σώμα ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Να βρείτε το συντελεστή τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου.

(Απ: $\mu=\sqrt{2}/9$)

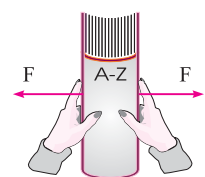
- 118.** Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$, τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει ταχύτητα μέτρου $v_0=2\text{m/s}$ και δέχεται δύναμη F ομόρροπη της αρχικής ταχύτητας της οποίας η αλγεβρική τιμή μεταβάλλεται όπως στο σχήμα. Να βρεθούν:

- α. η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t=4\text{s}$
β. η μετατόπιση του σώματος μέχρι τη χρονική στιγμή $t=4\text{s}$.



(Απ: 7m/s , 33m)

- 119.** Ένα βιβλίο μάζας $m=2\text{kg}$ συγκρατείται κατακόρυφα από τις παλάμες των χεριών μας οι οποίες το πιέζουν με οριζόντιες δυνάμεις. Αν η δύναμη που ασκεί κάθε παλάμη στην επιφάνεια του βιβλίου είναι $F=100\text{N}$, να βρείτε τον συντελεστή τριβής μεταξύ της επιφάνειας του βιβλίου και της παλάμης του χεριού μας. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



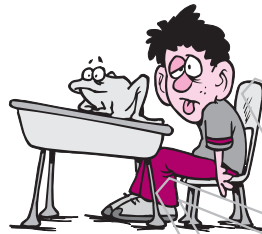
(Απ: $\mu=0.1$)

- 120.** Ένα κιβώτιο μάζας 70kg βρίσκεται μέσα σε ανελκυστήρα ο οποίος
- α. κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση 2m/s^2
 - β. κινείται προς τα κάτω με επιτάχυνση 3m/s^2
 - γ. είναι ακίνητος.

Πόση είναι η δύναμη που ασκεί το δάπεδο του ανελκυστήρα στο κιβώτιο σε κάθε περίπτωση; .

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

(Απ: 840N , 560N , 700N)



Απαντήσεις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής - σωστού λάθους και κατανόησης

1.1 Ευθύγραμμη κίνηση

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

- | | | | | | |
|---------|---------|-------|-------|-------|-------|
| 7. β | 8. γ | 9. α | 10. β | 11. β | 12. α |
| 13. α,δ | 14. α,γ | 15. β | 16. β | 17. γ | 18. γ |
| 19. δ | 20. γ | 21. α | 22. β | 23. β | 24. γ |

Ερωτήσεις σωστού - λάθους

- | | |
|-----------------|---------------|
| 25. Λ Σ Σ Σ Λ Σ | 26. Λ Σ Λ Λ Λ |
| 25. Λ Σ Σ Σ Λ Σ | 26. Λ Σ Λ Λ Λ |
| 27. Σ Λ Σ Λ | 28. Λ Σ Σ Σ |
| 29. Λ Σ Σ Σ Λ | 30. Σ Σ Λ Λ |
| 31. Λ Σ Σ Λ | 32. Σ Λ Λ Σ |
| 33. Σ Λ Σ Σ | 34. Λ Σ Σ Σ Σ |
| 35. Σ Λ Λ Σ Σ | |

Ερωτήσεις κατανόησης

36. γ και δ

Από τον ορισμό της ταχύτητας $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$, τα διανύσματα \vec{v} και $\Delta \vec{x}$ είναι ομόρροπα.

Από τον ορισμό της επιτάχυνσης $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$, τα διανύσματα \vec{a} και $\Delta \vec{v}$ είναι ομόρροπα.

37. $1 \text{ km/h} = 1000\text{m} / 3.600\text{s} = 0,28 \text{ m/s}$

Επομένως η τιμή 1m/s είναι μεγαλύτερη της τιμής 1km/h .

38. Α. Ναι. Η μετατόπιση είναι διάνυσμα, επομένως ίσες μετατοπίσεις συνεπάγεται και διανύσματα ίδιας κατεύθυνσης.

Β. Όχι. Το διάστημα δεν είναι διάνυσμα. Θα μπορούσε το κινητό να κινείται σε κυκλική τροχιά διανύοντας ίσα τόξα.

39. Το Α. Η κλίση στο διάγραμμα θέσης - χρόνου δίνει το μέτρο της ταχύτητας.

40. α. Σ β. Λ γ. Σ

Από το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου παρατηρούμε ότι η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη μόνο στο χρονικό διάστημα 0-2s. Το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του τη στιγμή 3s γιατί το σώμα για το χρονικό διάστημα 2s-3s συνεχίζει να επιταχύνεται αλλά με επιτάχυνση μειούμενου μέτρου.

Τη χρονική στιγμή 4s η ταχύτητα του σώματος είναι ίδια με αυτή που έχει τη χρονική στιγμή 2s γιατί από 2s-4s η μεταβολή της ταχύτητας (εμβαδόν στο διάγραμμα α-t) είναι μηδέν.

41. (α) ομαλή με ταχύτητα $u < 0$ (β) ακινησία
 (γ) ομαλά επιταχυνόμενη (δ) μη ομαλά επιταχυνόμενη
 (ε) ομαλά επιβραδυνόμενη (στ) ομαλή με $u > 0$
 (ζ) μη ομαλά επιταχυνόμενη (η) ομαλά επιταχυνόμενη.

42. (α) Σ (β) Λ

Η κλίση στο διάγραμμα $x=f(t)$ δίνει την ταχύτητα. Η κλίση τη χρονική στιγμή t_1 είναι μεγαλύτερη από αυτήν της χρονικής στιγμής t_2 .

43. (α) Σ (β) Λ

Η κλίση στο διάγραμμα $v=f(t)$ δίνει την επιτάχυνση. Η κλίση τη χρονική στιγμή t_1 είναι μεγαλύτερη από αυτήν της χρονικής στιγμής t_2 .

44. Στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ισχύουν οι σχέσεις:

$$v = v_0 + \alpha t, (1) \text{ και } \Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2, (2)$$

Λύνουμε την (1) ως προς t , $t = \frac{v - v_0}{\alpha}$

και αντικαθιστούμε στην (2) $\Delta x = v_0 \left(\frac{v - v_0}{\alpha} \right) + \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{v - v_0}{\alpha} \right)^2 \Rightarrow 2\alpha \cdot \Delta x = v^2 - v_0^2$

45. Α. Σε χρόνο t το κινητό διανύει απόσταση x .

$$v = \frac{x}{t} = \frac{x_1 + x_2}{t} \Rightarrow v = \frac{v_1 \frac{t}{2} + v_2 \frac{t}{2}}{t} \Rightarrow v = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

- Β. Σε χρόνο t_1 το κινητό διανύει απόσταση $x/2$ και σε χρόνο t_2 το κινητό διανύει απόσταση $x/2$.

$$\frac{x}{2} = v_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{x}{2v_1}, \frac{x}{2} = v_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{x}{2v_2}$$

$$v = \frac{x}{t} = \frac{x}{t_1 + t_2} \Rightarrow v = \frac{x}{\frac{x}{2v_1} + \frac{x}{2v_2}} \Rightarrow v = 2 \frac{v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}$$

46. Από τον πίνακα βλέπουμε ότι την $t=0$, $x=0$ άρα ισχύουν οι σχέσεις

$$v = at, (1) \text{ και } x = \frac{1}{2}at^2, (2)$$

Την $t=1s$, $x=1m$ άρα από τη σχέση (2) παίρνουμε $\alpha=2m/s^2$.

Ο συμπληρωμένος πίνακας φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

t (s)	v (m/s)	x (m)
0	0	0
1	2	1
2	4	4
3	6	9

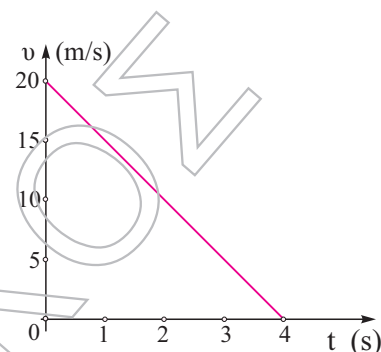
47. Από το διάγραμμα ταχύτητας χρόνου βλέπουμε ότι η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με επιτάχυνση μέτρου

$$|\alpha| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{20}{4} m/s^2 \Rightarrow \alpha = 5 m/s^2$$

άρα η εξίσωση ταχύτητας είναι $v=20-5t$ (SI)

και η εξίσωση μετατόπισης είναι $\Delta x=20t-2,5t^2$, (S.I)

Ο συμπληρωμένος πίνακας φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



t (s)	v (m/s)	Δx (m)
0	20	0
1	15	17,5
2	10	30
3	5	37,5
4	0	40

48.

Σειρά	x_0 (m)	v_0 (m/s)	α (m/s ²)	v (m/s)	x (m)	t (s)
1	5	15	0	15	25	2
2	20	10	2	16	59	3
3	0	0	3	6	6	2
4	2	5	0,5	10	75	10
5	0	12	-0,5	10	44	4

1.2 Δυναμική σε μια διάσταση

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

- | | | | | | |
|-------|-------|---------|-------|-------|-------|
| 10. δ | 11. γ | 12. γ,β | 13. β | 14. δ | 15. α |
| 16. β | 17. δ | 18. γ | 19. α | 20. δ | 21. γ |
| 22. α | 23. δ | 24. α | 25. β | 26. β | 27. β |
| 28. β | 29. γ | 30. β | 31. β | 32. β | 33. δ |
| 34. γ | 35. β | 36. α | 37. γ | 38. γ | 39. γ |

Ερωτήσεις σωστού - λάθους

- | | |
|-------------|---------------|
| 40. Λ Σ Λ Σ | 41. Σ Λ Σ Σ |
| 42. Σ Σ Σ Λ | 43. Λ Λ Σ Σ |
| 44. Λ Σ Σ Λ | 45. Σ Λ Σ Λ Λ |
| 46. Σ Σ Λ Λ | 47. Σ Σ Σ Λ |
| 48. Σ Σ Λ Λ | 49. Σ Σ Σ Λ |
| 50. Σ Λ Σ Λ | 51. Λ Λ Σ Λ |
| 52. Σ Σ Σ Σ | 53. Σ Λ Λ Σ |
| 54. Σ Σ Λ Σ | 55. Λ Λ Σ Σ |
| 56. Λ Λ Σ Σ | 57. Σ Σ Σ Λ |
| 58. Λ Σ Σ Λ | |

Ερωτήσεις κατανόησης

59. Είναι μηδενική (1^{ος} νόμος Newton).

60. α. Λ β. Λ γ. Σ

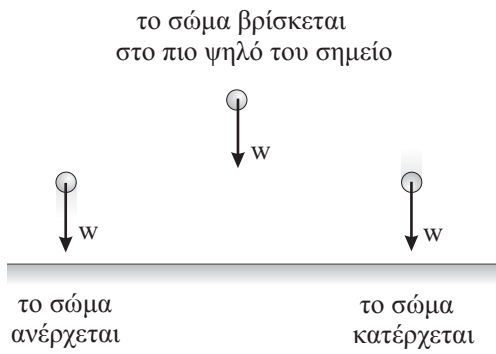
- α. Στο χρονικό διάστημα t_1-t_2 η δύναμη είναι σταθερή και το σώμα επιταχύνεται ομαλά.
- β. Στο χρονικό διάστημα $0-t_1$ η δύναμη (άρα και η επιτάχυνση) αυξάνει με σταθερό ρυθμό, με αποτέλεσμα το σώμα να κινείται μη ομαλά επιταχυνόμενο.
- γ. Στο χρονικό διάστημα t_2-t_3 το μέτρο της δύναμης (άρα και της επιτάχυνσης) μειώνεται και η ταχύτητα το σώματος αυξάνεται. Εφόσον υπάρχει θετική επιτάχυνση ανεξάρτητα από το μέτρο της, το μέτρο της ταχύτητας θα αυξάνεται.

61. $= \frac{1}{2}^2 \Rightarrow = \sqrt{2}$

Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, επειδή $g_{\text{πολ}} > g_{\text{ισ}}$ η σφαίρα θα φτάσει πιο γρήγορα στην επιφάνεια της Γης όταν βρίσκεται στους πόλους, γιατί εκεί η επιτάχυνση βαρύτητας είναι μεγαλύτερη.

62. Όταν ο αλεξιπτωιστής πέφτει ελεύθερα, συναντάει αντίσταση από τον αέρα η οποία εξαρτάται από την ταχύτητά του. Για μια δοσμένη ταχύτητα, η αντίσταση από τον αέρα είναι αντίθετη του βάρους του και ο αλεξιπτωιστής συνεχίζει την πτώση του με τη σταθερή αυτή ταχύτητα μέχρι να φτάσει στο έδαφος.
63. Η κίνηση του κάθε αντικειμένου γίνεται στον αέρα και όχι στο κενό. Η αντίσταση από τον αέρα στο φύλλο χαρτιού είναι μεγαλύτερη γιατί είναι μεγαλύτερη η μετωπική επιφάνεια του χαρτιού, με αποτέλεσμα το μολύβι να πέσει πιο γρήγορα στο έδαφος.

64.

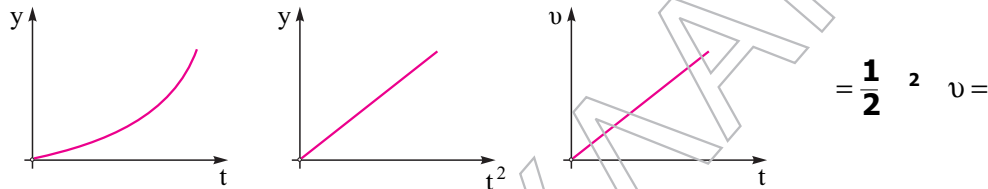


65. α. Σ β. Λ γ. Σ

Για τις επιταχύνσεις των σωμάτων ισχύει $\alpha = -\alpha = \frac{2}{2} = \alpha$

Τα σώματα αποκτούν τις ίδιες επιταχύνσεις άρα στον ίδιο χρόνο θα έχουν ίδιες ταχύτητες και ίδιες μετατοπίσεις.

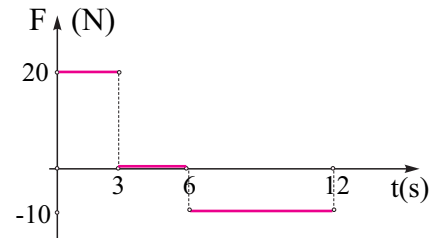
66.



67. Από 0-3s: $\alpha = \Delta v / \Delta t = 10 \text{ m/s}^2$ και $F = m\alpha = 20 \text{ N}$

Από 3s-6s: $\alpha = 0$ και $F = 0$

Από 6s-12s: $\alpha = \Delta v / \Delta t = -5 \text{ m/s}^2$ και $F = m\alpha = -10 \text{ N}$



68. α. Λ β. Σ γ. Λ δ. Σ

Για την ξύλινη σφαίρα: $\frac{1}{2} \xi_{\xi\upsilon\lambda} \Rightarrow \xi_{\xi\upsilon\lambda} = \sqrt{2}$

Για τη σιδερένια σφαίρα: $4 = \frac{1}{2} \xi_{\sigma\iota\delta} \Rightarrow \xi_{\sigma\iota\delta} = \sqrt{8} = 2 \xi_{\xi\upsilon\lambda}$

$$\frac{v_{\xi\upsilon\lambda} = \cdot \xi_{\xi\upsilon\lambda}}{v_{\sigma\iota\delta} = \cdot \xi_{\sigma\iota\delta}} \Rightarrow v_{\sigma\iota\delta} = 2v_{\xi\upsilon\lambda}$$

Οι κινήσεις των σωμάτων στο βαρυτικό πεδίο της Γης δεν εξαρτώνται από τις μάζες τους.

1.3 Δυναμική στο επίπεδο

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

- | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 9. γ | 10. γ | 11. δ | 12. γ | 13. β | 14. β |
| 15. γ | 16. δ | 17. α | 18. δ | 19. γ | 20. α |
| 21. γ | 22. β | 23. β | 24. β | 25. β | 26. δ |
| 27. γ | 28. δ | 29. δ | 30. γ | 31. α | 32. γ |
| 33. γ | 34. α | 35. γ | | | |

Ερωτήσεις σωστού - λάθους

- | | |
|-------------|-------------|
| 36. Σ Λ Λ Σ | 37. Σ Σ Σ Λ |
| 38. Σ Σ Λ Λ | 39. Λ Σ Λ Σ |
| 40. Σ Σ Σ Λ | 41. Σ Λ Λ Σ |
| 42. Λ Σ Σ Λ | 43. Σ Σ Σ Λ |
| 44. Σ Σ Λ Σ | 45. Λ Σ Σ Σ |
| 46. Λ Λ Σ Σ | 47. Σ Σ Λ Σ |
| 48. Λ Σ Σ Λ | 49. Λ Λ Σ Σ |

Ερωτήσεις κατανόησης

50. β

Το βάρος B είναι η έλξη που ακεί η $\Gamma\eta$ σε κάποιο σώμα. Η αντίδραση του βάρους είναι η έλξη που ασκεί το σώμα στη $\Gamma\eta$ και έχει σημείο εφαρμογής το κέντρο της $\Gamma\eta$.

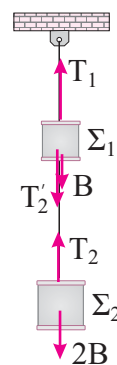
51. γ

Τα σώματα ισορροπούν. Για το σώμα Σ_2 ισχύει: $T_2=2B$

Για το σώμα Σ_1 ισχύει: $T_1=B+T'_2$

Οι δυνάμεις T_2 και T'_2 έχουν σχέση δράσης - αντίδρασης και έχουν ίδια μέτρα. Επομένως

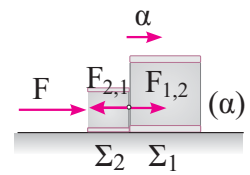
$T_1=B+T_2=B+2B$ άρα $T_1=3B$



52. α

Το επίπεδο είναι λείο, επομένως όπως και να ασκηθεί η δύναμη, η επιτάχυνση και στις δύο περιπτώσεις είναι

$$\alpha = \frac{F}{m_1 + m_2} \quad , \quad (1)$$



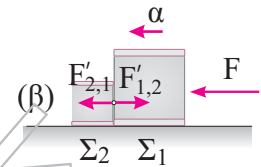
Στην περίπτωση (α):

Εφαρμόζουμε το νόμο του Newton στα σώματα

$$\Sigma_2 : F - F_{2,1} = m_2 \alpha \quad , \quad \Sigma_1 : F_{1,2} = m_1 \alpha \quad , \quad (2)$$

όπου $F_{1,2}$ και $F_{2,1}$ είναι οι δυνάμεις επαφής που έχουν σχέση δράσης αντίδρασης και έχουν ίδια μέτρα.

Συνδυάζοντας τις (1), (2) παίρνουμε: $F_{1,2} = F_{2,1} = \frac{m_1 \cdot F}{m_1 + m_2}$



Στην περίπτωση (β):

Εφαρμόζουμε το νόμο του Newton στα σώματα

$$\Sigma_1 : F - F'_{1,2} = m_1 \alpha \quad , \quad \Sigma_2 : F'_{2,1} = m_2 \alpha \quad , \quad (3)$$

όπου $F'_{1,2}$ και $F'_{2,1}$ είναι οι δυνάμεις επαφής που έχουν σχέση δράσης αντίδρασης και έχουν ίδια μέτρα.

Συνδυάζοντας τις (1), (3) παίρνουμε: $F'_{2,1} = F'_{1,2} = \frac{m_2 \cdot F}{m_1 + m_2}$

Επειδή $m_1 > m_2$ έχουμε $F_{1,2} > F'_{1,2}$

Οι δυνάμεις επαφής δεν είναι ίδιες σε κάθε περίπτωση, άρα πρόταση (γ) είναι λάθος.

53. i. (α) ii. (γ)

Στον αλεξιπτωτιστή ασκούνται το βάρος του που θεωρείται σταθερό (σε σχετικά μικρά υψή από το έδαφος) και η δύναμη αντίστασης από τον αέρα. Η δύναμη αυτή δεν είναι σταθερή και αυξάνεται όσο η ταχύτητα του αλεξιπτωτιστή αυξάνεται.

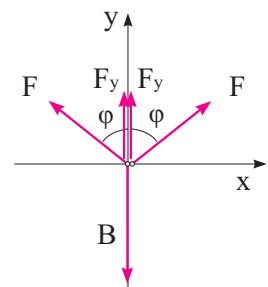
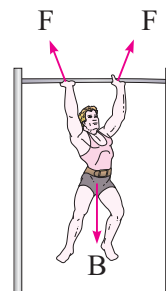
Η επιτάχυνση του αλεξιπτωτιστή είναι $\alpha = (B - F_{αντ})/m$

όσο αυξάνεται η $F_{αντ}$ η επιτάχυνση ελαττώνεται. Όταν $F_{αντ} = B$, τότε $\alpha = 0$ και ο αλεξιπτωτιστής αποκτά σταθερή ταχύτητα.

54.

Τα χέρια του αθλητή σχηματίζουν γωνία φ με την κατακόρυφο. Όταν ο αθλητής ισορροπεί, έχουμε

$$2F_y = B \Rightarrow 2F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \Rightarrow F = \frac{B}{2\sigma\upsilon\nu\varphi}$$



Για να είναι η δύναμη F η μικρότερη δυνατή, θα πρέπει ο όρος $2\sigma\eta\nu\varphi$ να είναι μέγιστος, δηλαδή η γωνία να είναι η μικρότερη δυνατή, ή $\varphi=0$ ($F=B/2$).

55. β

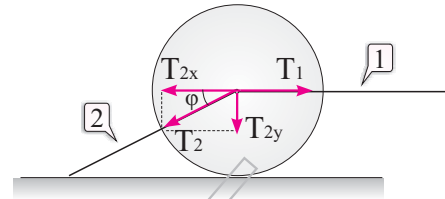
Στο σχοινί 1 ασκείται η δύναμη F , επομένως η τάση στο νήμα 1 είναι $T_1=F$.

Στο σχοινί 2 ασκείται η τάση T_2 η οποία αναλύεται σε δύο συνιστώσες.

Η σφαίρα ισορροπεί, επομένως στο άξονα x παίρνουμε:

$$T_1 = T_{2x} \Rightarrow T_1 = T_2 \cdot \sigma\eta\nu\varphi \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{\sigma\eta\nu\varphi}$$

Επειδή $\sigma\eta\nu\varphi < 1$ έχουμε $T_2 > T_1$. Εφόσον τα σχοινιά έχουν το ίδιο όριο θραύσης, όσο η F μεγαλώνει, θα σπάσει πρώτο το σχοινί 2.



56. β

Το δοχείο ισορροπεί, επομένως ασκείται σε αυτό το βάρος του B , η αντίδραση N από την επιφάνεια και η στατική τριβή.

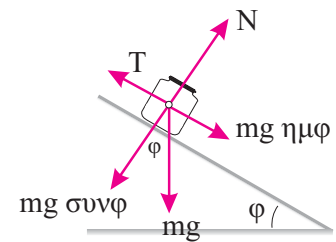
Το δοχείο ισορροπεί, άρα $T = mg \eta\mu\varphi$ και η τριβή είναι στατική, δηλαδή

$$T < T_{\sigma\lambda} \Rightarrow T < \mu N \Rightarrow T < \mu mg \cdot \sigma\eta\nu\varphi \\ \Rightarrow mg \cdot \eta\mu\varphi < \mu mg \cdot \sigma\eta\nu\varphi \Rightarrow \mu > \epsilon\varphi\varphi$$

Αν το δοχείο γεμίσει με νερό θα έχει μάζα m' και για να κινηθεί θα πρέπει να ισχύει

$$m'g \cdot \eta\mu\varphi > \mu \cdot m'g \sigma\eta\nu\varphi \Rightarrow \mu < \epsilon\varphi\varphi$$

που δεν ισχύει. Άρα το δοχείο είτε άδειο είτε γεμάτο θα ισορροπήσει.



57. γ

Η κίνηση του σώματος δεν είναι ομαλά επιταχυνόμενη γιατί η F δεν είναι σταθερή.

Πριν το σώμα ξεκινήσει, η τριβή είναι στατική και το μέτρο της δεν είναι σταθερό. Όταν γίνει ίση με την τριβή ολίσθησης, τότε έχει σταθερό μέτρο.

Το σώμα θα ξεκινήσει όταν το μέτρο της δύναμης F είναι ίσο με την τριβή ολίσθησης, δηλαδή

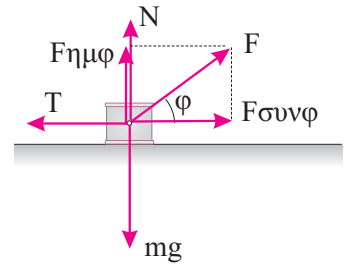
$$F = T_{\sigma\lambda} \quad \text{ή} \quad T_{\sigma\lambda} = 5t = 5 \cdot 2 = 10 \text{ N}$$

Όταν το σώμα είναι ακίνητο και μέχρι να ξεκινήσει, ισχύει $F = T = 5t$.

58. α

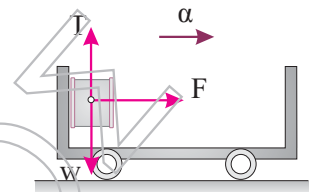
Το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα, άρα στον άξονα x έχουμε:

$$F \cos \varphi = T \Rightarrow F \sin \varphi = \mu(mg - F \cdot \eta \mu \varphi) \Rightarrow F = \frac{\mu mg}{\sin \varphi - \mu \cdot \eta \mu \varphi}$$



59. γ

Το σώμα ακουμπά στο πλευρικό τοίχωμα και μόλις ισορροπεί, άρα η στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης. Η αντίδραση από το πλευρικό τοίχωμα (δύναμη F) είναι η δύναμη που επιταχύνει το σώμα.



$$T = T_{op} = mg$$

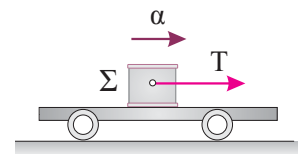
$$\left. \begin{array}{l} T = \mu \cdot F \\ T = mg \end{array} \right\} \Rightarrow mg = \mu \cdot F \Rightarrow F = \frac{mg}{\mu}$$

$$F = m\alpha \Rightarrow \frac{mg}{\mu} = m\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{g}{\mu}$$

60. β

Ο κύβος ακουμπά στο όχημα και για να μην ολισθαίνει θα πρέπει η τριβή να είναι στατική. Άρα

$$T < T_{ολ} \Rightarrow T < \mu mg \Rightarrow m\alpha < \mu mg \Rightarrow \alpha < \mu g$$



61. i (ε) ii (γ)

Το ασανσέρ ανεβαίνει στην αρχή επιταχυνόμενο, στη συνέχεια με σταθερή ταχύτητα και στο τέλος επιβραδύνεται μέχρι να σταματήσει.

κατά την επιτάχυνση:

$$T_1 - Mg = M\alpha \Rightarrow T_1 = M\alpha + Mg$$

όταν αποκτά σταθερή ταχύτητα:

$$T_2 = Mg$$

κατά την επιβράδυνση:

$$Mg - T_3 = M\alpha \Rightarrow T_3 = Mg - M\alpha$$

άρα $T_1 > T_2 > T_3$.

Τα διαγράμματα φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

