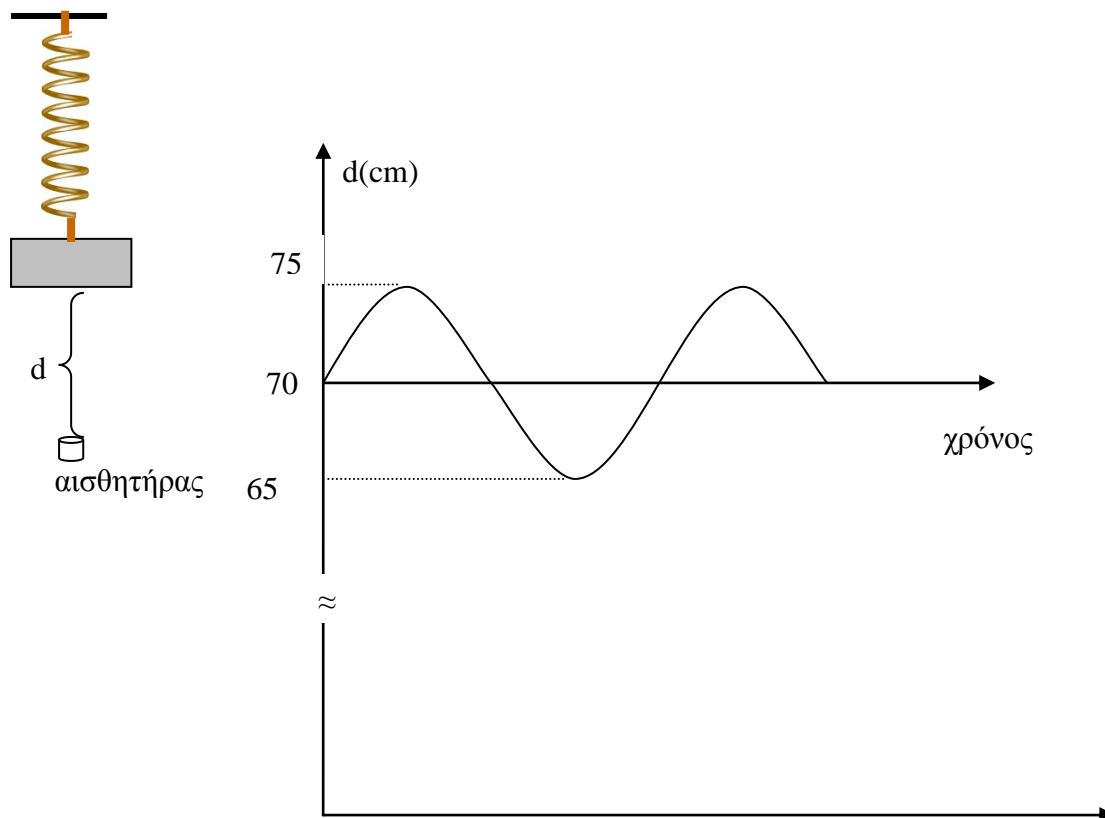


Ζήτημα 1ο

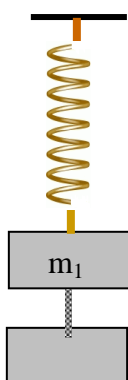
(σε κάθε ερώτηση μία πρόταση είναι σωστή να την κυκλώσετε)

1. Ένα σώμα είναι δεμένο στην άκρη ελατηρίου και το σύστημα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Ένας αισθητήρας βρίσκεται κάτω από το σώμα και μετρά την απόσταση d του σώματος από τον αισθητήρα. Η καταγραφή (απόστασης κάθε στιγμή) σε Η/Υ μας δίνει την εικόνα που σας δίνεται



Θεωρείστε θετική τη φορά κίνησης προς τα κάτω

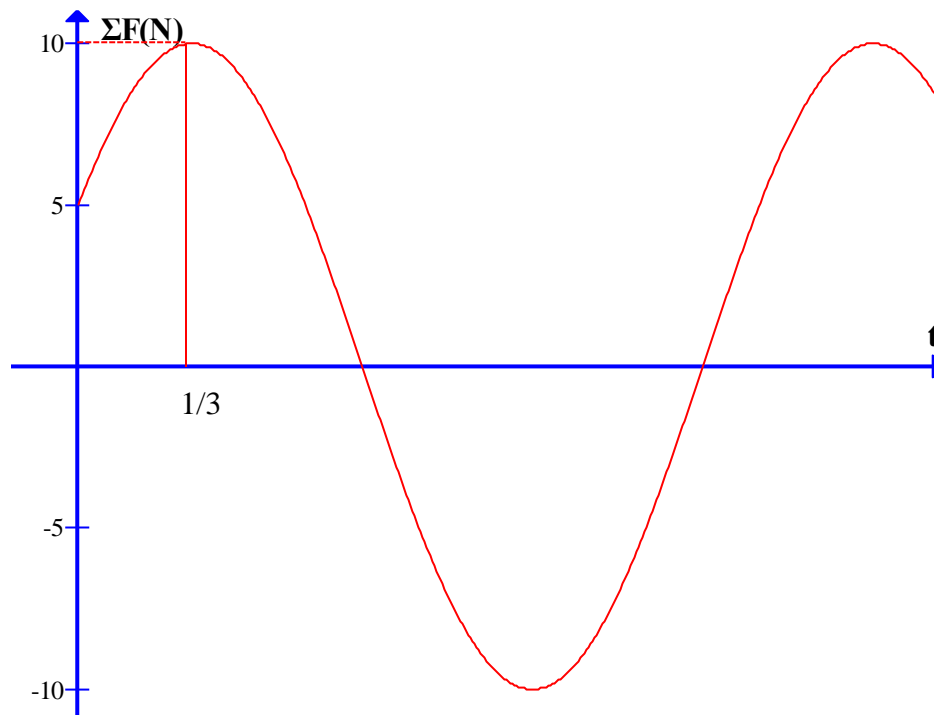
- α) το πλάτος ταλάντωσης είναι 75 cm
- β) τη στιγμή $t=0$ η φορά κίνησης του είναι προς τα κάτω
- γ) η εξίσωση που μας δίνει την αριθμητική τιμή της ταχύτητας είναι η $v=v_{\max} \sin \omega t$
- δ) Η φάση του ταλαντωτή τη στιγμή $t=0$ είναι π (rad)
- ε) Τίποτα από τα παραπάνω



2. Δύο σώματα ισορροπούν κρεμασμένα σε ένα ελατήριο. Τα δύο σώματα είναι δεμένα με σχοινί. Κάποια στιγμή κόβεται το σχοινί και το σώμα με μάζα m_2 πέφτει στο έδαφος ενώ το σώμα με μάζα m_1 κάνει απλή αρμονική ταλάντωση (θεωρείστε θετική φορά κίνησης προς τα πάνω)

- a) Η θέση ισορροπίας του ταλαντωτή (ελατήριο- σώμα m_1)είναι εκείνη που το ελατήριο είναι τεντωμένο κατά $(m_1 + m_2)g/k$
- b) η εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος με μάζα m_1 είναι η $\chi = A \eta\mu\omega t$
- c) η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα τη στιγμή που κόπηκε το σχοινί έχει μέτρο ίσο με $\frac{(m_1 + m_2)}{m_1} g$
- d) η ολική ενέργεια του ταλαντούμενου συστήματος είναι ίση με την αρχική ενέργεια του ελατηρίου
- e) τίποτα από τα παραπάνω

3. Ένα σώμα είναι δεμένο στην άκρη ελατηρίου και το σύστημα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα μεταβάλλεται όπως δείχνει η επόμενη γραφική παράσταση



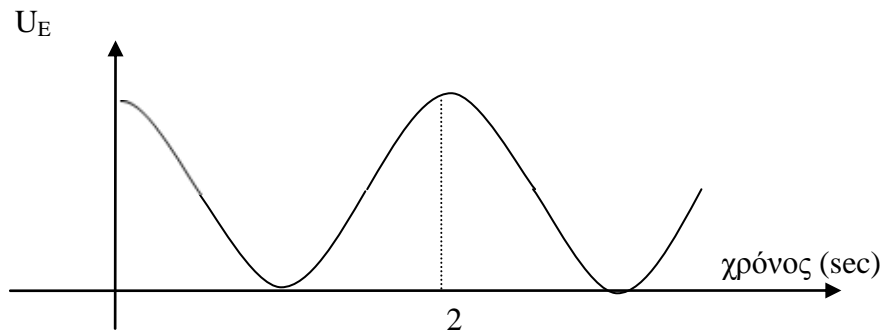
- α) Η εξίσωση που μας δίνει την αριθμητική τιμή της συνισταμένης δύναμης έχει τη μορφή $\Sigma F = - K A \eta\mu\omega t$
- β) Η περίοδος του είναι $4/3 \text{ sec}$

- γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας τη στιγμή $t=0$ είναι θετικός
 δ) η αρχική του φάση είναι $7\pi/6(\text{rad})$

4

5. Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Τη στιγμή $t=0$ έχει απομάκρυνση A (όπου A το πλάτος). Η περίοδος είναι 2 sec

α) Η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας είναι



- β) Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι $x=A\eta\mu\omega t$
 γ) Ο ρυθμός μεταβολής της φάσης του είναι $\pi \text{ (rad/sec)}$
 δ) Η κινητική ενέργεια του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση

$$K = \frac{E}{2}(1 + \sigma\upsilon\nu 2\omega t)$$

Ζήτημα 2^ο

1. Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Κάποια στιγμή t_1 κατευθύνεται προς την ακραία θέση και απέχει από αυτή το μισό του πλάτους. τη στιγμή t_2 βρίσκεται, για πρώτη φορά, σε μια θέση που απέχει από την άλλη ακραία θέση $A/2$ και κατευθύνεται προς αυτή την ακραία θέση.

Να αποδείξετε ότι $\Delta t=t_2-t_1=T/2$.

2 Θεωρείστε ένα πυκνωτή φορτισμένο. Τη στιγμή $t=0$ συνδέεται παράλληλα με ένα ιδανικό πηνίο

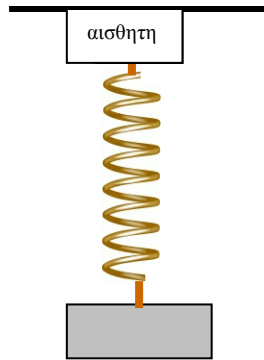
Αποδείξτε ότι το μέτρο του φορτίου του πυκνωτή και το μέτρο του ρυθμού μεταβολής του ρεύματος συνδέονται με τη σχέση

$$\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right) = g\omega^2$$

3 Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση αποδείξτε τη σχέση

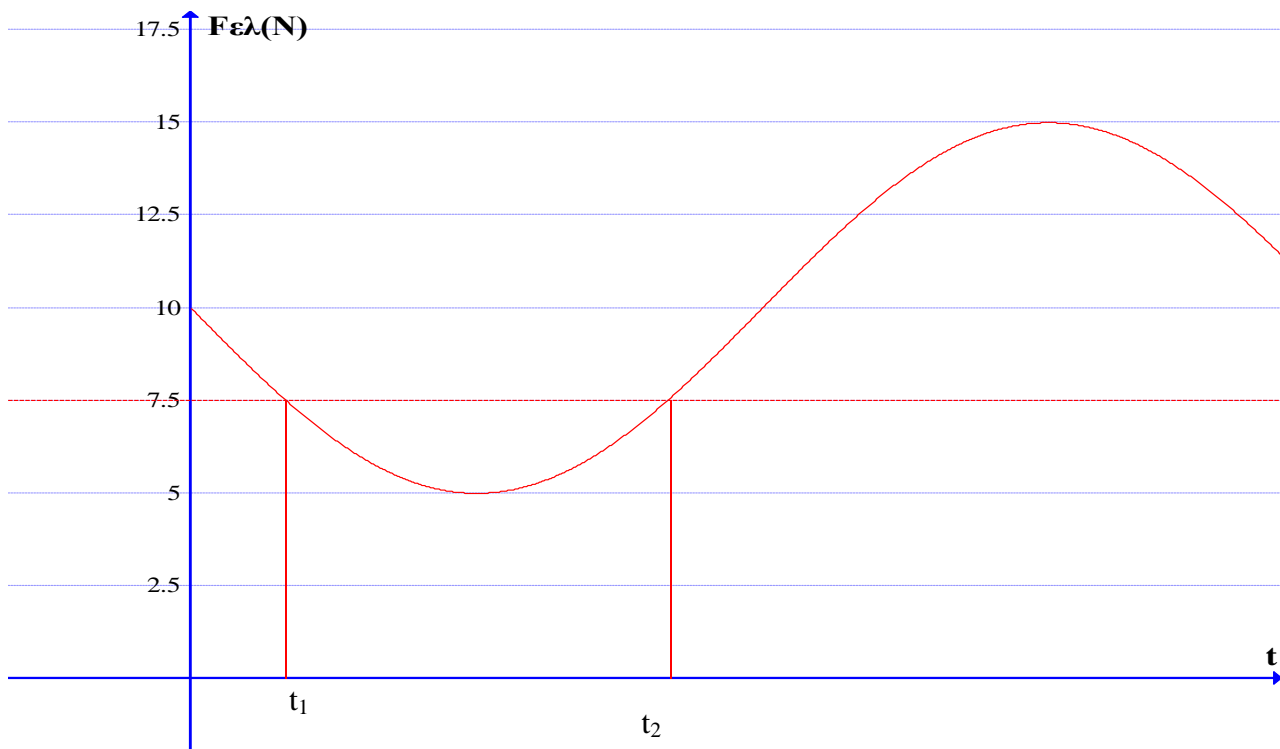
$$\frac{a^2}{\omega^2} + v^2 = v_{\max}^2$$

Ζήτημα 3^ο



Ένα σώμα είναι δεμένο στην άκρη ελατηρίου και το σύστημα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Στο πάνω άκρο του ελατηρίου ένας αισθητήρας δύναμης μετρά συνεχώς το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου. Ο αισθητήρας αυτός είναι προσαρμοσμένος σε Η/Υ και στη οθόνη παρατηρούμε την καμπύλη του επόμενου σχήματος. Όταν το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας απέχει από το έδαφος 27,5 cm. Δίνονται $K=25\text{N/m}$ και $g=10\text{m/s}^2$

- α) Υπολογίστε το πλάτος ταλάντωσης του σώματος
- β) τη στιγμή t_1 η φορά κίνησης του σώματος είναι προς τα πάνω ή προς τα κάτω
- γ) υπολογίστε την κυκλική συχνότητα του ταλαντωτή και το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος
- δ) Γράψτε την εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας θεωρώντας θετική τη φορά κίνησης προς τα κάτω
- ε) Με βάση την εξίσωση της απομάκρυνσης που βρήκατε βρείτε την εξίσωση η οποία μας δίνει την αριθμητική τιμή της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα και παραστείτε την γραφικά.



στ) Τη στιγμή t_2 η σύνδεση σώματος ελατηρίου καταστρέφεται και το σώμα συνεχίζει να κινείται. Βρείτε τη φορά κίνησης του και υπολογίστε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία προσκρούει στο έδαφος $g=10\text{m/s}^2$

Ζήτημα 4^ο



Το σώμα ισορροπεί και η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι χ_1 . Στο σύστημα προσφέρουμε ενέργεια και κάποια στιγμή αρχίζουν οι ταλαντώσεις έτσι ώστε ο ρυθμός μεταβολής της φάσης του ταλαντωτή να

είναι $5(\text{rad/sec})$ Η μάζα του σώματος είναι $0,2 \text{ Kg}$ $g=10\text{m/s}^2$ και το πλάτος $0,2 \text{ m}$

Για $t=0$ η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι $5/8\text{J}$ και το σώμα κατευθύνεται προς τη θέση ισορροπίας.

Θεωρείστε θετική τη φορά κίνησης προς τα πάνω

α) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο

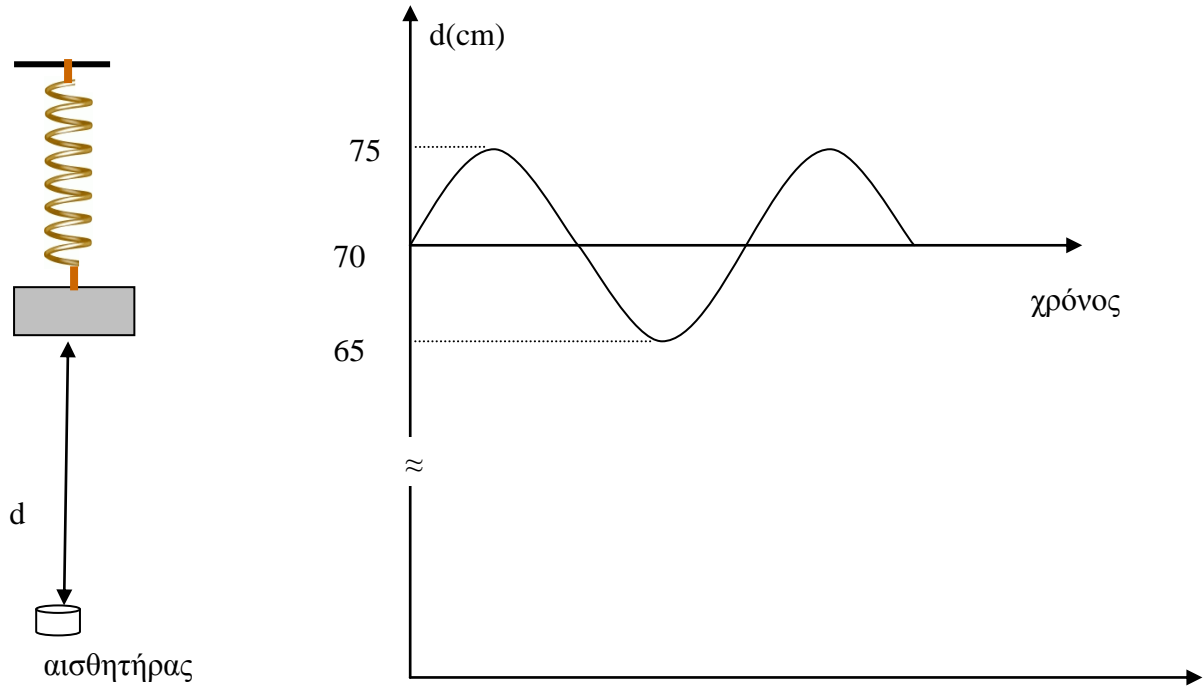
β) να γράψετε την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας του ταλαντωτή σε συνάρτηση με την απομάκρυνση

γ) Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή t_1 που φθάνει για πρώτη φορά στην ανώτερη θέση

δ) Το πάνω άκρο του ελατηρίου στερεωμένο σε σταθερό σημείο Γ. Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σημείο πρόσδεσης δεν πρέπει να ξεπεράσει τα $3,5 \text{ N}$ γιατί θα καταστραφεί η σύνδεση. Πόσο είναι το μέγιστο πλάτος με το οποίο μπορεί να ταλαντωθεί το σώμα χωρίς να αποκολληθεί το ελατήριο

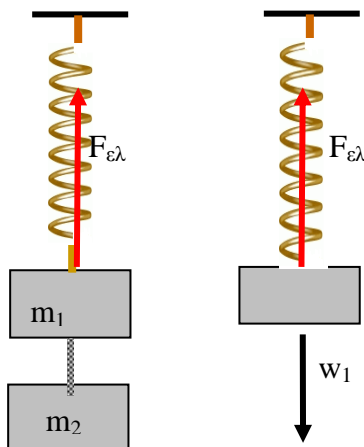
Ζήτημα 1^ο

1. δ σωστή



Μετά τη στιγμή $t=0$ όπως φαίνεται από το διάγραμμα η απόσταση αισθητήρα σώματος μεγαλώνει άρα το σώμα κινείται προς τα πάνω άρα η αρχική του φάση είναι π (rad)

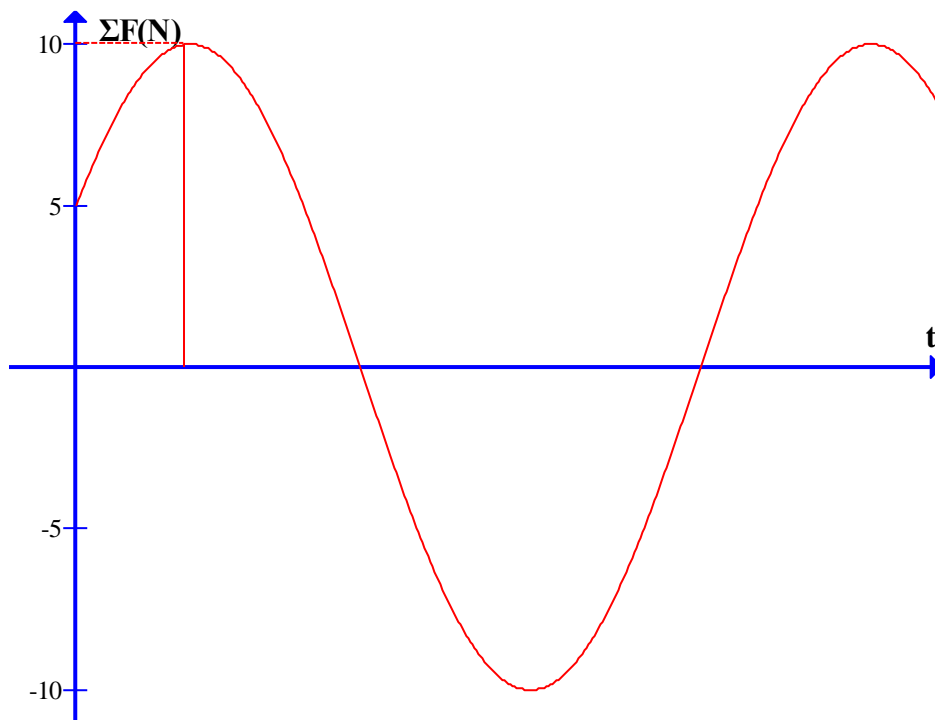
2. Σωστή η ε πρόταση



Τη στιγμή που κόβεται το σχοινί η δύναμη του ελατηρίου δεν αλλάζει

$$a = \frac{\Sigma F}{m_1} = \frac{(m_1 + m_2)g}{m_1}$$

3.



Για $t=0$ έχουμε

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma F = 5N \\ \Sigma F = -Kx \end{array} \right\} -Kx = 5N$$

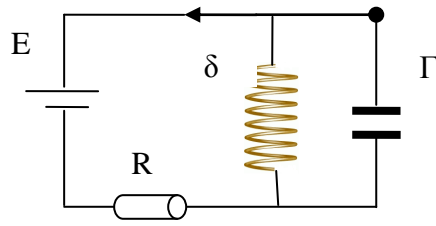
$$\left. \begin{array}{l} \Sigma F_{\max} = 10N \\ \Sigma F_{\max} = KA \end{array} \right\} KA = 10N$$

$$x = -\frac{A}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = A \eta \mu(\omega t + \phi_o) \\ t = 0 \quad x = -\frac{A}{2} \end{array} \right\} \begin{cases} \phi_o = -\frac{\pi}{6} (rad) \\ \phi_o = \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{7\pi}{6} rad \end{cases}$$

Προφανώς επειδή κατευθύνεται στην ακραία θέση $x = -\frac{A}{2}$
η φάση του είναι η δεύτερη λύση

4.σωστη η γ

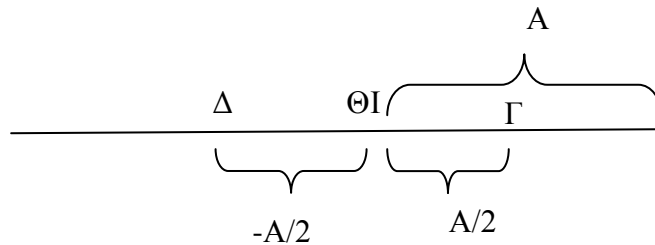


Όταν ο διακόπτης είναι κλειστός περνά ρεύμα $I = \frac{E}{R}$
 Άρα το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή είναι $Q = \frac{I}{\omega} = \frac{I}{\frac{1}{\sqrt{LC}}} = \frac{E\sqrt{LC}}{R}$

5 σωστή η γ

$$T=2s \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = (\text{rad}/s)$$

Ζήτημα 2°
 1



Θέση Γ

$$\left. \begin{array}{l} x = A\eta\mu\omega t \\ t = t_1 \\ \chi = A/2 \end{array} \right\} \eta\mu\omega t_1 = 0,5 = \eta\mu\frac{\pi}{6} \left\{ \begin{array}{l} \omega t_1 = \frac{\pi}{6} (\text{rad}) \\ \omega t_2 = \frac{5\pi}{6} (\text{rad}) \end{array} \right.$$

Προφανώς δεκτή η $\omega t_1 = \frac{\pi}{6} (\text{rad})$

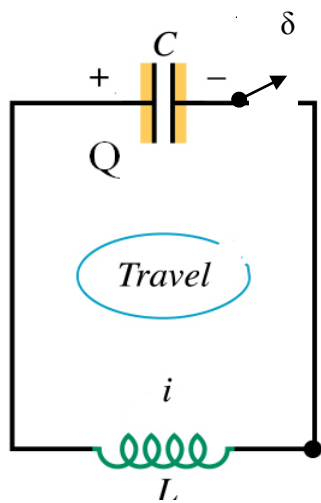
$$\left. \begin{array}{l} \text{Θέση } \Delta \\ x = A \eta \mu \omega t \\ t = t_2 \\ \chi = -A/2 \end{array} \right\} \eta \mu \omega t_2 = -0,5 = \eta \mu \left(-\frac{\pi}{6} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega t_2 = -\frac{\pi}{6} \text{ (rad)} \\ \omega t_2 = \pi - \left(-\frac{\pi}{6} \right) \text{ (rad)} \end{array} \right\}$$

$$\omega t_2 = \frac{7\pi}{6} \text{ (rad)}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{7\pi}{6\omega} - \frac{\pi}{6\omega} = \frac{\pi}{\omega} = \frac{T}{2}$$

2.



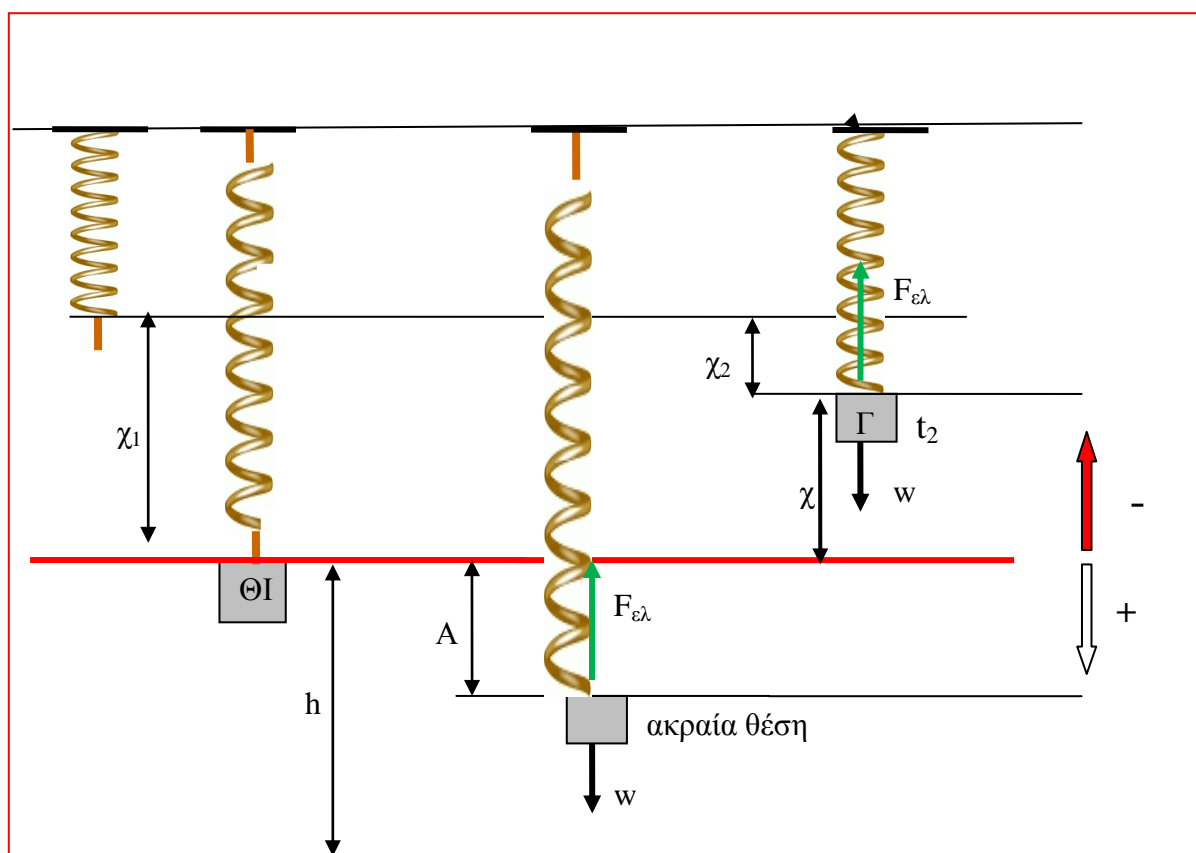
$$V_C = E_{avr} = -L \left(\frac{\Delta i}{\Delta t} \right)$$

$$\left(\frac{\Delta i}{\Delta t} \right) = \frac{V_C}{L} = \frac{q}{L} = \frac{q}{LC} = q\omega^2$$

3.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \\ a = -\omega^2 x \end{array} \right\} \frac{a^2}{\omega^2} + v^2 = v_{\max}^2$$

Ζήτημα 3^ο



α. Από το διάγραμμα όταν το σώμα είναι στη ΘI έχουμε $F_{ελ}=10N=w$ ενώ όταν είναι στη κατώτερη $F_{ελ}=15N$

με βάση τη προσήμανση:

}

για τη κατώτερη θέση $\Sigma F = -F_{ελ} + w = -5N$
 $\Sigma F = -KA$ $A = 0,2m$

β. όπως φαίνεται από το διάγραμμα μετά τη στιγμή 0 η δύναμη του ελατηρίου μικραίνει αρα κινείται προς τα πάνω το σώμα

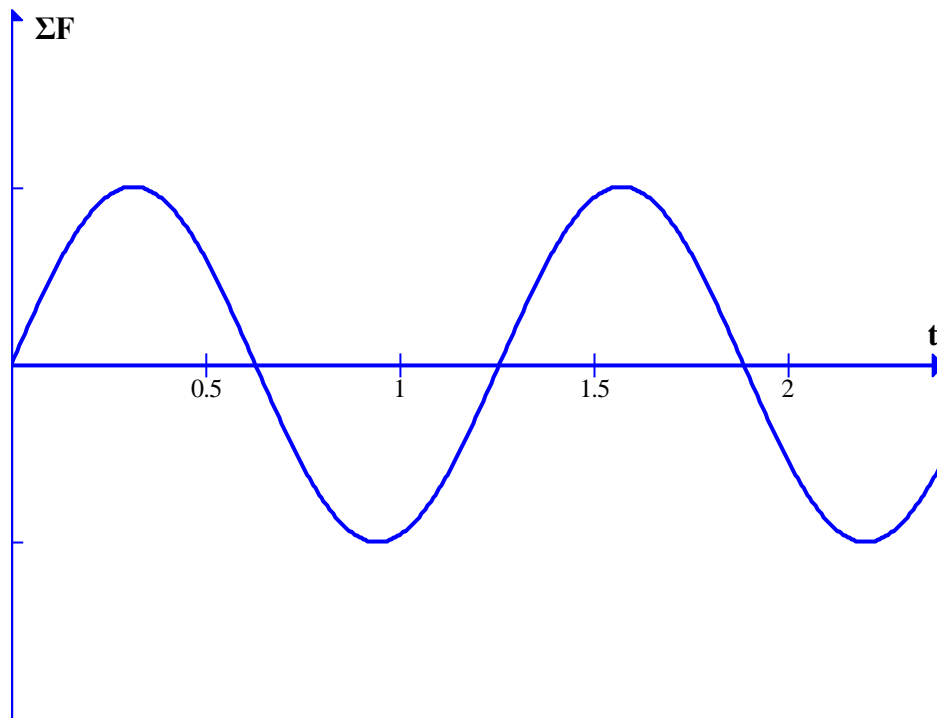
γ) Ακόμα $w=10N$ $m=1Kg$
 $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 5rad/s$ $v_{max} = \omega A = 1m/s$

δ) τη στιγμή t_1 όπως φαίνεται από το διάγραμμα το σώμα είναι σε θέση που η $F_{ελ}=7,5N$ άρα βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας και κατευθύνεται προς την πάνω ακραία θέση

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma F = -F_{ελ} + w = 2,5N \\ \Sigma F = -Kx \end{array} \right\} x = -0,1m$$

$$x = 0,2\eta\mu(5t + \pi)SI$$

ε) $\left. \begin{array}{l} \Sigma F = -Kx \\ x = 0,2\eta\mu(5t + \pi)SI \end{array} \right\} \Sigma F = -5\eta\mu(5t + \pi) = 5\eta\mu 5t$



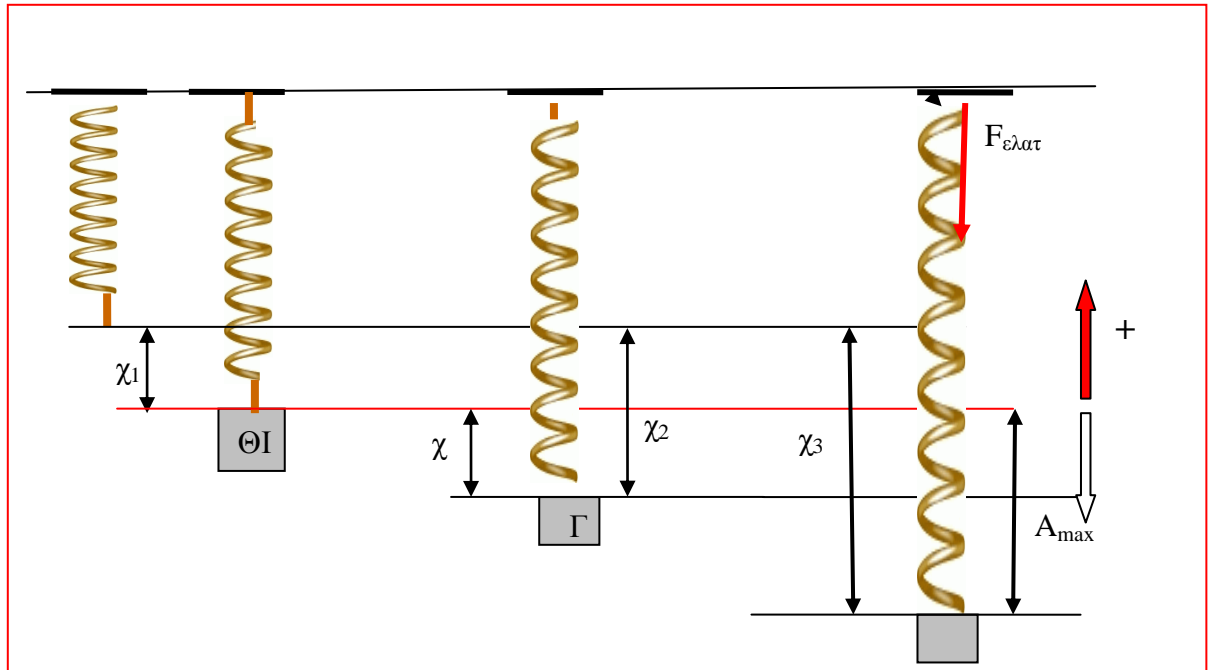
στ) Υπολογίζω το μέτρο της ταχύτητας στη θέση Γ

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \\ x = -0,1m \end{array} \right\} |v| = \frac{\sqrt{3}}{2} m/s$$

Όταν κοπεί η σύνδεση έχω κινητική ενέργεια του σώματος και βαρυτική ενέργεια σώματος ίση με τη κινητική στο έδαφος

$$\frac{1}{2}mv^2 + mg(h+x) = \frac{1}{2}mv_{\epsilon\delta}^2$$

Ζήτημα 4^ο



α) $K = m\omega^2 = 0,2 \cdot 2,5 = 5 \text{ N/m}$

Λόγω ισορροπίας έχω

$$mg = kx_1$$

$$x_1 = \frac{mg}{k} = 0,4 \text{ m}$$

$$U_{\epsilon\lambda\alpha\tau} = \frac{1}{2} K x_2^2$$

$$x_2^2 = \frac{2U}{K} = \frac{2 \cdot \frac{5}{8}}{5} = 0,25 \text{ m} \quad x_2 = 0,5 \text{ m}$$

Άρα το σώμα τη στιγμή 0 βρίσκεται πιο κάτω από τη ΘΙ (θέση Γ) και φυσικά κατευθύνεται προ αυτήν

Τη στιγμή 0 η απομάκρυνση είναι αρνητική με βάση τη προσήμανση, το μήκος χ είναι ίσο με $\chi_2 - \chi_1 = 0,1 \text{ m}$

$$\chi = -0,1 \text{ m}$$

η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι $x = A \eta\mu(\omega t + \phi_0)$ για $t=0$ έχουμε

$$\eta\mu\phi_0 = \frac{-0,1}{0,2} = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\phi_0 = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\phi_0 = \pi - \frac{\pi}{6} \text{ rad} = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\beta) U = \frac{1}{2} Kx^2$$

$\gamma.$

η αρχική του φάση είναι $5\pi/6$ (rad) οποτε όταν φτάσει στη πάνω θέση η φάση του είναι $2\pi + \pi/2$ (rad)

$$\phi = (\omega t + \phi_0) = 2\pi + \frac{\pi}{2} \qquad 5t = 2\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$$

$\delta.$

η δύναμη του ελατηρίου γίνεται μέγιστη όταν το σώμα βρεθεί στη κατώτερη θέση

$$F_{ελ} = Kx_3 \qquad x_3 = \frac{F_{ελ}}{K} = \frac{3,5}{5} = 0,7m$$

$$\text{Από το σχήμα} \quad A_{\max} = \chi_3 - \chi_1 = 0,7 - 0,4 = 0,3m$$